

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Ульяновский государственный технический университет»

МЕХАНИКА

Методические указания к лабораторным работам
по физике для студентов всех специальностей

Издание 2-е, переработанное

Составитель Ю. Р. Гильманов

Ульяновск
2009

УДК 531 (076)

ББК 22.2я7

М55

Одобрены секцией методических пособий
научно-методического совета университета

Рецензент доцент кафедры ЕНД УВАУГА
канд.физ.-мат.наук Кодратова Т. Н.

Механика: методические указания к лабораторным работам
по физике / сост. Ю. Р. Гильманов. 2-е изд., перераб. – Ульяновск:
УлГТУ, 2009. – 79 с.

Сборник включает в себя вводный раздел по теории обработки результатов измерений в лабораторном практикуме по физике, а также описания лабораторных работ по разделу «Механика» курса общей физики. В описании каждой работы приводится краткая теоретическая справка, включающая в себя вывод расчетных зависимостей, описание экспериментальной установки и методика проведения измерений.

В работе над сборником в разное время участвовали доц. Гильманов Ю. Р. (вводный раздел, работы 4,7,8), доц. Дышловенко П. Е. (работы 1,8), доц. Дудченко Г. Н. (работы 4,5), асс. Нагаткин А. Д. (вводный раздел, работы 2,3,9), проф. Сменковский Е. Г. (вводный раздел, работа 7).

Общее редактирование сборника выполнено доц. Гильмановым Ю.Р.

Составитель благодарен за ценные советы и рекомендации при составлении сборника зав. кафедрой проф. Браже Р. А. и доц. Прокофьеву В. М., а также сотрудникам кафедры Шамшевой Т. И. и Рябуха И. И., студентам Долгополову А. В., Иванову А. В. за помощь в подготовке рукописи.

УДК 531 (076)
ББК 22.2я7

© Ю. Р. Гильманов, составление, 2003

© Ю. Р. Гильманов, составление, 2009, с изменениями

© Оформление. УлГТУ, 2009

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по технике безопасности	4
Основы теории обработки результатов измерений.....	5
Работа 1М. Определение ускорения свободного падения при помощи прибора Атвуда	25
Работа 2М. Определение скорости пули при помощи крутильного баллистического маятника.....	34
Работа 3М. Исследование упругого соударения шаров	38
Работа 4М. Определение момента инерции маятника Обербека	47
Работа 5М. Определение момента инерции маятника Максвелла	53
Работа 7М. Исследование гироскопа.....	59
Работа 8М. Определение модуля кручения проволоки	64
Работа 9М. Определение коэффициента трения качения методом наклонного маятника.....	72
Библиографический список	79

Инструкция по технике безопасности

Лабораторные работы, описываемые в сборнике, выполняются с использованием опасного для жизни напряжения 220 В. В связи с этим следует соблюдать следующие правила техники безопасности:

- не включать установку без предварительной проверки и разрешения преподавателя или лаборанта;
- не оставлять установку без присмотра во включенном состоянии;
- не производить исправлений в электрических цепях, не обесточив ее;
- не загромождать рабочее место посторонними предметами;
- при выявлении неисправностей быстро отключить установку и сообщить о неисправности преподавателю;
- по завершении работы не забудьте отключить установку от сети.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

I. ИЗМЕРЕНИЯ, ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Для успешного усвоения темы рекомендуем изучить дополнительную литературу (см., например, 4 и 5).

Каждая из работ физического практикума требует проведения одного или нескольких измерений. Измерить физическую величину – значит сравнить ее с другой однородной ей величиной, принятой за единицу измерения. Измерения разделяют на прямые и косвенные. Прямыми называются такие измерения, в которых значение интересующей нас величины получается непосредственно путем отсчета по прибору, предназначенному для измерения этой величины. Примерами прямых измерений могут быть, например, измерение длины линейкой, промежутка времени секундомером, силы тока амперметром, напряжения вольтметром, температуры термометром и т. д. При косвенных измерениях значение искомой величины определяется по известной ее зависимости от других величин, измеренных прямым способом. Примером косвенного измерения может служить измерение мощности, выделяемой на участке электрической цепи, при котором ее значение вычисляется по формуле по известным значениям силы тока и напряжения на этом участке, измеренным прямым способом.

Измерить какую-либо физическую величину точно, т. е. получить ее истинное значение, невозможно, так как при измерении всегда допускаются погрешности. Поэтому необходимо как-то указать, насколько полученный результат близок к истинному значению, иными словами, указать какова погрешность или ошибка измерений. Погрешность измерений зависит от многих факторов, в частности, от точности измерительных приборов, методики измерения, субъективных качеств экспериментатора, влияния внешней среды и т. д.

Таким образом, в задачу измерений входит не только нахождение самой величины, но и оценка допущенной при измерении погрешности.

2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

По своему характеру погрешности разделяют на случайные, систематические и промахи.

Случайные погрешности вызываются большим числом случайных причин, действие которых на каждое измерение различно и не может быть заранее учтено. Источником случайных погрешностей при точном взвешивании может быть, например, сотрясение фундамента здания, вызванное движением уличного транспорта. Линии электропередач могут сильно влиять на измерения электрических величин, если не принять меры защиты. Недостаточно хорошая реакция экспериментатора может привести к существенным погрешностям при измерении секундомером небольших интервалов времени. Случайные погрешности присутствуют в эксперименте всегда. Отметим, что случайные погрешности можно вычислить методами математической статистики, которые будут рассмотрены ниже.

Систематические погрешности при повторе измерений тем же методом в неизменных условиях повторяются, не изменяясь ни по величине, ни по знаку. Они связаны с ограниченной точностью приборов, неправильным выбором метода измерений, неправильной установкой прибора и т. д.

Например, они могут возникнуть, если при очень точном измерении массы не учитывать действия силы Архимеда на тело и гири, находящиеся в воздухе.

Промахи возникают вследствие неисправности прибора или невнимательности экспериментатора, при резком нарушении методики эксперимента или условий его проведения. Уменьшить вероятность промахов могут тщательность и внимание при проведении измерений и записи результатов. Мы на них останавливаться не будем.

По своему содержанию погрешности разделяются на абсолютные и относительные.

Абсолютная погрешность определяет границы интервала, внутри которого с некоторой вероятностью заключено истинное значение измеряемой величины, и равна взятой по модулю разности между истинным значением измеряемой величины $x_{ист}$ и его приближенным значением x

$$\delta_x = |x_{ист} - x|$$

Но так как истинное значение измеряемой величины остается неизвестным, то в качестве наилучшего значения берется ее среднее арифметическое, т.е.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ,$$

где n – число измерений величины x . Символ $\sum_{i=1}^n$ означает суммирование от $i=1$ до $i=n$. Тогда абсолютная погрешность отдельного i -го измерения запишется как

$$\delta_{xi} = |\bar{x} - x_i|$$

Относительной погрешностью ε_x называется отношение абсолютной погрешности δ_x к значению $x_{ист}$, т. е.

$$\varepsilon_{xi} = \frac{\delta_x}{x_{ист}}$$

В отличие от абсолютной погрешности, которая имеет такую же размерность, как и сама величина x , относительная погрешность является безразмерной величиной (ее выражают или в долях единицы или в процентах). Для оценки величины случайной погрешности измерения обычно используют среднюю квадратичную погрешность, которая определяется выражением:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} \quad (2.1)$$

Если число измерений очень велико, то подверженная случайным колебаниям величина S_n стремится к некоторому постоянному значению σ :

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

Величина σ является дисперсией измерения, которая входит в функцию распределения результатов измерений $f(x)$, называемую функцией Гаусса (подробнее см. Приложение 1).

Для оценки погрешности измерения также используется иногда *средняя арифметическая погрешность* δ_x которая определяется выражением:

$$\delta_x = \frac{\sum |\bar{x} - x_i|}{n} \quad (2.2)$$

В реальном эксперименте мы всегда имеем дело с ограниченным числом измерений n . В этом случае связь между средней квадратичной и средней арифметической погрешностями описывается формулой Питерса:

$$S_n = 1,25 \bar{\delta}_x \sqrt{\frac{n}{n-1}}. \quad (2.3)$$

Среднее арифметическое значение x также является случайной величиной и должно поэтому характеризоваться случайной погрешностью. *Средняя квадратичная погрешность среднего арифметического* (или просто среднего) $S_{n\bar{x}}$ определяется выражением:

$$S_{n\bar{x}} = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum |\bar{x} - x_i|^2}{n(n-1)}} \quad (2.4)$$

Допустим, мы провели серию из большого числа измерений некоторой величины x , а затем вычислили среднее значение \bar{x} и погрешность измерения δ_x . Сразу же возникает вопрос, какова вероятность того, что результат измерения отличается от истинного значения на величину, не большую чем δ_x ? Или иначе, какова вероятность того, что истинное значение x находится в интервале от $\bar{x} - \delta_x$ до $\bar{x} + \delta_x$? Интервал значений от $\bar{x} - \delta_x$ до $\bar{x} + \delta_x$ называется *доверительным интервалом*, а вероятность p того, что истинное значение попадает в данный доверительный интервал, называется *доверительной вероятностью*. Эта величина p , выражаемая в долях единицы или в процентах, наряду с доверительным интервалом характеризует погрешность измерений.

Таким образом, приходим к важному заключению: для характеристики величины случайной погрешности необходимо задать два числа, а именно:

величину самой погрешности (или доверительного интервала) и величину доверительной вероятности. Указание одной только величины погрешности без указания соответствующей ей доверительной вероятности в значительной мере лишено смысла, так как при этом неизвестно, сколь надежны наши данные. Применение средней квадратичной погрешности для анализа результатов измерения (когда $S_n \rightarrow \sigma$) неудобно тем, что ей соответствует вполне определенная доверительная вероятность, равная 0,68.

Для того, чтобы получить оценки границ доверительного интервала при более широком диапазоне доверительных вероятностей для случая небольшого числа измерений используют часто метод *коэффициентов Стьюдента* (краткая таблица коэффициентов Стьюдента приведена в Приложении 2). Суть метода в следующем.

Допустим, мы провели небольшое число измерений (например, $n=7$) и вычислили среднее арифметическое \bar{x} и среднюю квадратичную погрешность среднего $S_{n\bar{x}}$. Зададим доверительную вероятность p (обычно в лабораторных работах ограничиваются значениями 0,9 или 0,95). Пусть $p=0,95$. Определяем по таблице Приложения 2 коэффициент Стьюдента t_{pn} . В данном случае он равен $t_{pn}=2,45$. Тогда абсолютная погрешность измерения δ_x определяется:

$$\delta_x = t_{pn} \cdot S_{n\bar{x}}$$

После этого результат измерения можно записать в виде

$$\bar{x} \pm \delta_x$$

Это означает, что истинное значение величины x попадает в доверительный интервал $(\bar{x} - \delta_x, \bar{x} + \delta_x)$ с доверительной вероятностью p .

3. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Рассмотрим более детально обработку результатов прямых измерений, т. е. таких, при которых искомая величина измеряется непосредственно. Допустим, что измеряя n раз величину x (это может быть, например, длина какого-то предмета, интервал времени между двумя событиями и т. д.), мы получим ряд

значений x_1, x_2, \dots, x_n , которые в общем случае отличаются друг от друга. Для таких измерений порядок обработки результатов следующий. 1. Вычисляется среднее значение n измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \quad (3.1)$$

2. Находятся погрешности отдельных измерений:

$$\delta_{xi} = |\bar{x} - x_i| \quad (3.2)$$

3. Определяется средняя квадратичная погрешность среднего:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum \delta_{xi}^2}{n(n-1)}} \quad (3.3)$$

4. Задается значение доверительной вероятности p . Затем по таблице Приложения 2 определяется коэффициент Стьюдента t_{pn} для данных доверительной вероятности p и числа произведенных измерений n .

5. Находится абсолютная погрешность измерения:

$$\delta_x = t_{pn} \cdot S_{\bar{x}} \quad (3.4)$$

6. Если величина погрешности результата измерения (определенная в предыдущем пункте) окажется сравнимой с величиной погрешности прибора, в качестве абсолютной погрешности следует взять величину:

$$\delta_x = \sqrt{(t_{pn} \cdot S_{\bar{x}})^2 + \left(\frac{t_{p\infty} \delta}{3}\right)^2} \quad (3.5)$$

Здесь $t_{p\infty}$ коэффициент Стьюдента для $n \rightarrow \infty$ (см. Таблицу Приложения 2); δ - величина погрешности прибора, которая во многих случаях принимается равной половине цены наименьшего деления (линейки, микрометра, секундомера, термометра и т. д.). Для электроизмерительных приборов погрешность прибора δ определяется по его классу точности. 7. Оценивается относительная погрешность:

$$\varepsilon_x = \frac{\delta_x}{\bar{x}} \quad (3.6)$$

8. Записывается окончательный результат измерения и указывается доверительная вероятность:

$$\bar{x} \pm \delta_x, \quad p = 0,95.$$

Замечание. Иногда для упрощения расчета величины средней квадратичной погрешности среднего может быть использована формула Питерса (2.3). В этом случае вместо п. 3 находится средняя арифметическая погрешность $\bar{\delta}_x$:

$$\bar{\delta} = \frac{1}{n} \sum \delta_{xi} \quad (3.7)$$

Далее порядок выполнения прежний.

Рассмотрим конкретный пример

Пример 1. Вычислить погрешность измерения диаметра проволоки при помощи микрометра. Пусть, проведя пять измерений, получили значения D_i в мм: 3,24; 3,25; 3,23; 3,24; 3,25.

1. Вычисляем среднее значение D :

$$\bar{D} = \frac{3,24+3,25+3,23+3,24+3,25}{5} = 3,242 \text{ мм}$$

2. Вычисляем погрешность отдельных измерений δ_{Di} в мм:

$$\delta_{D1} = 0,002; \delta_{D2} = 0,008; \delta_{D3} = 0,012; \delta_{D4} = \delta_{D1}; \delta_{D5} = \delta_{D2}.$$

3. Вычисляем среднюю квадратичную погрешность среднего $S_{n\bar{D}}$

$$S_{n\bar{D}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (0,002)^2 + 2 \cdot (0,008)^2 + 2 \cdot (0,012)^2}{5 \cdot 4}} = 0,0037 \text{ мм}$$

4. Пусть $p = 0,95$. Тогда при $n = 5$ коэффициент Стьюдента

$$t_{pn} = 2,8$$

5. Вычислим погрешность измерений δ_D :

$$\delta_D = 2,8 \cdot 0,0037 = 0,01 \text{ мм}$$

6. Сравним полученное значение 5_D с погрешностью микрометра $\delta = 0,005$ мм (половина цены деления). Они близки по своему значению, поэтому учтем погрешность прибора. Коэффициент $t_{p\infty} = 2$. Окончательно погрешность измерения:

$$\delta_D = \sqrt{(0,01)^2 + \left(\frac{2 \cdot 0,005}{3}\right)^2} = 0,011$$

В данном случае оказалось, что вклад погрешности прибора несущественен.

7. Вычислим относительную погрешность:

$$\varepsilon_D = \frac{0,011}{3,242} = 0,0034(0,34\%)$$

8. Запишем окончательный результат, (см. с.21):

$$(3,24 \pm 0,02) \text{ мм}$$

с указанием доверительной вероятности и относительной погрешности измерения

$$p = 0,95, \varepsilon_D = 0,34 \%$$

Все результаты измерения и расчетов заносятся в таблицу (см. Приложение 3).

4. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Чаще всего интересующая нас величина не получается непосредственно из измерения, а вычисляется по известной ее зависимости от других величин, которые могут быть измерены непосредственно. Рассмотрим случай, когда искомая величина Z является функцией нескольких переменных a, b, c , значения которых определяются непосредственно из серии измерений:

$$Z = f(a, b, c, \dots).$$

Будем считать (это справедливо в подавляющем большинстве случаев), что погрешности измерений $\delta_a, \delta_b, \delta_c, \dots$ малы по сравнению с самими величинами. Будем также считать, что все эти погрешности определяются для одного и того же значения доверительной вероятности p . Абсолютная погрешность величины в этом случае будет определяться по формуле:

$$\delta_z = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \delta_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \delta_b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \delta_c\right)^2 + \dots} \quad (4.1)$$

Здесь $\frac{\partial f}{\partial a}, \frac{\partial f}{\partial b}, \frac{\partial f}{\partial c}$ частные производные функции $f(a, b, c, \dots)$ по переменным a, b, c , соответственно. Частная производная функции многих переменных $f(a, b, c, \dots)$ по одной переменной, скажем a , является обычной производной функции $f(a, b, c, \dots)$ по a , причем другие переменные b, c , и т. д. считаются постоянными параметрами. Все производные вычисляются при

значениях $a = \bar{a}, b = \bar{b}, c = \bar{c}$. Относительная погрешность величины

$\bar{Z} = f(a, b, c, \dots)$, будет определяться по формуле:

$$\varepsilon_z = \frac{\delta_z}{\bar{Z}} = \sqrt{\left[\frac{\partial(\ln f)}{\partial a} \delta_a\right]^2 + \left[\frac{\partial(\ln f)}{\partial b} \delta_b\right]^2 + \left[\frac{\partial(\ln f)}{\partial c} \delta_c\right]^2 + \dots} \quad (4.2)$$

Для того, чтобы можно было найти явный вид формулы для расчета погрешности косвенных измерений, не зная правил нахождения производной функции, в Приложении 4 приведены формулы для нахождения абсолютной и относительной погрешности наиболее типичных функций. В частности, если

$$Z = a + b, \text{ то } \delta_Z = \sqrt{(\delta_a)^2 + (\delta_b)^2}, \quad \frac{\delta_Z}{\bar{Z}} = \frac{\sqrt{(\delta_a)^2 + (\delta_b)^2}}{\bar{a} + \bar{b}}.$$

$$\text{Если } Z = a \cdot b, \text{ то } \delta_Z = \sqrt{(b \cdot \delta_a)^2 + (a \cdot \delta_b)^2}, \quad \frac{\delta_Z}{\bar{Z}} = \sqrt{\left(\frac{\delta_a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_b}{\bar{b}}\right)^2}.$$

Приведем общую схему нахождения погрешности косвенных измерений.

1. Для каждой серии измерений величин a, b, c, \dots входящих в функцию, определяющую искомую величину $Z = f(a, b, c, \dots)$ производится

обработка, как описано в предыдущем параграфе. При этом для всех измеряемых величин задают одно и то же значение доверительной вероятности p .

2. Вычисляется среднее значение результата косвенных измерений:

$$\bar{Z} = f(a, b, c, \dots).$$

3. По формулам (4.1) или (4.2) и при помощи таблицы Приложения 4 находятся выражения для абсолютной или относительной погрешности искомой величины, исходя из конкретного вида зависимости $Z = f(a, b, c, \dots)$. Находить выражения для абсолютной и относительной погрешности искомой величины одновременно нет смысла, поскольку они связаны простыми соотношениями:

$$\varepsilon_Z = \frac{\delta_Z}{\bar{Z}}; \delta_Z = \varepsilon_Z \cdot \bar{Z}$$

Какую из величин ε_Z или δ_Z следует вычислять сначала, зависит от конкретного вида функции, точнее от того, какое из выражений (4.1) или (4.2) получается менее громоздким и легче поддается вычислению. Единых рекомендаций здесь дать невозможно.

Отметим только, что если искомая величина Z представляет собой произведение (или частное) нескольких переменных, то проще вычислять вначале ε_Z , поскольку логарифмирование разбивает произведение на ряд слагаемых и находить производную в этом случае довольно просто.

4. По полученным в п. 3 формулам для абсолютной или относительной погрешности вычисляются значения δ_Z и ε_Z , причем производные $\frac{\partial f}{\partial a}, \frac{\partial f}{\partial b}, \frac{\partial f}{\partial c}$ вычисляются при

$$a = \bar{a}, b = \bar{b}, c = \bar{c}.$$

5. Окончательный результат записывается в виде:

$$\bar{Z} \pm \delta_Z.$$

Замечание 1. В ряде случаев обработку результатов косвенных измерений проводят отличным от изложенного выше способом. Значения функции

$Z = f(a, b, c, \dots)$ вычисляются для каждого отдельного измерения, т. е.

находятся $Z_1 = f(a_1, b_1, c_1, \dots)$, $Z_2 = f(a_2, b_2, c_2, \dots)$ и т. д. Затем обработку

величин Z_1, Z_2, Z_3 т. е. нахождение среднего значения \bar{Z} , доверительного интервала δ_Z и т. д. производят также, как и в случае прямых измерений по схеме, изложенной в предыдущем параграфе.

Замечание 2. При нахождении результата косвенных измерений иногда необходимо использовать значения некоторых величин, известные из других, ранее проведенных измерений. Например, при нахождении ускорения свободного падения при помощи математического маятника $\left(g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}\right)$, необходимо знать значение числа π .

Число π является не совсем обычной константой, это иррациональное число и, в зависимости от того, сколько знаков после запятой мы ставим, будет различной точность определения величины g . Следовательно, число π должно характеризоваться некоторой погрешностью, за величину которой принимают половину единицы последнего разряда (если, например, $\pi = 3,14$, то $\delta_\pi = 0,005$).

Это замечание относится и к другим постоянным величинам, таким как заряд электрона e , постоянная Планка h , число Авогадро N_A и т.д.

Рассмотрим конкретный пример

Пример 2. Вычислить погрешность измерения площади сечения проволоки. Диаметр проволоки измеряется микрометром, количество измерений равно пяти.

Пусть результаты измерения диаметра в точности такие же, как и в примере 1, т.е. D_i в мм равны: 3,24; 3,25; 3,23; 3,24; 3,25. Площадь сечения определяется выражением $S = \pi D^2 / 4$.

1. Расчет погрешности прямых измерений здесь проводить не будем (он детально рассмотрен в примере 1). Приведем окончательный результат:

$$\overline{D} = 3,24 \text{ мм}; \delta_D = 0,011 \text{ мм}; \varepsilon_D = 0,0034; p = 0,95.$$

2. Вычислим среднее значение площади сечения \overline{S}

$$\overline{S} = \frac{3,14 \cdot (3,24)^2}{4} = 8,24 \text{ мм}^2$$

3. Найдем выражение для расчета относительной погрешности, оно имеет вид:

$$\varepsilon_S = \frac{\delta_S}{\overline{S}} = \sqrt{\left(\frac{\delta_\pi}{\pi}\right)^2 + \left(2 \frac{\delta_D}{\overline{D}}\right)^2}$$

4. Вычислим относительную погрешность:

$$\varepsilon_S = \sqrt{\left(\frac{0,005}{3,14}\right)^2 + (2 \cdot 0,0034)^2} = 0,0092 (0,92\%)$$

Вычислим абсолютную погрешность:

$$\delta_S = 0,0092 \cdot 8,24 = 0,08 \text{ мм}^2.$$

5. Запишем окончательный результат в виде доверительного интервала

$(8,24 \pm 0,08)^2$ мм, доверительная вероятность $p = 0,95$ (см. Приложение 3).

6. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К СТУДЕНТУ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Любой эксперимент - даже учебная лабораторная работа - должен вестись сознательно на основе ясного понимания поставленной задачи. При подготовке к работе нужно четко усвоить: какие физические явления будут исследоваться; какие величины следует измерить; на какой теоретической основе базируется метод измерения данной величины; каков принцип действия данной установки в целом и каждого из применяемых приборов в отдельности. Только после

этого можно приступать к измерениям (и монтажу схемы установки, если это необходимо).

5.1. Измерения

Измерения должны проводиться тщательно и с соблюдением правил техники безопасности. Излишняя поспешность при проведении измерений может обернуться значительными затратами времени на поиск ошибок, допущенных в ходе эксперимента, или может привести к необходимости повторного проведения измерений.

5.2. Запись результатов измерений

Все записи, касающиеся выполнения эксперимента, ведутся в специальной рабочей тетради.

Не ведите запись результатов измерений карандашом, это избавит вас от соблазна впоследствии «скорректировать» результаты. У многих студентов очень плохая привычка записывать результаты сначала на клочке бумаги, затем переписывать в рабочую тетрадь, а оригинал уничтожать. Это приводит к излишней потере времени и к ошибкам, которые могут возникнуть при переписывании. Все результаты прямых измерений следует записывать немедленно и без какой-либо предварительной обработки.

Не проводите никаких - даже самых простых - арифметических расчетов в уме, прежде чем записать результат измерения. Это правило связано с необходимостью уменьшить вероятность появления ошибок при записи. При записи измерений хорошо проверьте то, что вы записали взглянув еще раз на приборы.

Все промежуточные вычисления лучше вычислять в отдельном месте рабочей тетради. Однако все вычисления необходимо сохранять, с тем, чтобы можно было найти возможную ошибку, полученную при обработке результатов измерений.

5.3. Построение графиков

При построении графиков следует руководствоваться следующими правилами.

Выбор бумаги. График строят на миллиметровой бумаге и лишь в исключительных случаях по согласованию с преподавателем - на обычных листах «в клетку».

Выбор координатных осей. Принято по оси абсцисс откладывать ту величину, значения которой задает сам экспериментатор, а по оси ординат - ту величину, которую он при этом определяет. Короче говоря, по оси абсцисс откладываются значения аргумента, а по оси ординат - значения зависимой переменной.

Выбор масштаба. При выборе масштаба нужно исходить из следующих соображений.

а) Экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом.

б) Масштаб должен быть простым, т. е. шкала должна легко читаться.

Это достигается, если одна клетка масштабной сетки соответствует удобному числу - 1; 2; 5; 10; ... (но не 3; 7; 11; 13; ...) единиц изображенной на графике величины.

в) График получается более наглядным, если основная часть кривой имеет наклон, не слишком отличающийся от 45° . Масштаб наносится на осях графика в виде равностоящих «круглых» чисел, например: 6; 8; 10; ... или 4,74; 4,76; 4,78. Не следует расставлять эти числа слишком густо - достаточно нанести их через 2 или через 5 см. На оси обязательно указывается обозначение и, через запятую, единицы измерения соответствующей величины. *Проведение кривой по нанесенным точкам.* Нередко студенты соединяют экспериментальные точки просто ломаной линией, а это неверно. Кривую необходимо проводить плавно, избегая изломов. Во всех случаях кривая не должна обязательно закрывать экспериментальные точки.

Помните, что результат - это точки, а кривая - это субъективное толкование результатов эксперимента.

Изображение нескольких кривых на одном графике. Часто на одном графике приходится изображать несколько зависимостей, отличающихся одним каким-то параметром (например, семейство вольт-амперных характеристик триода $i_a = f(U_a)$ при различных значениях напряжения на сетке. Принято изображать экспериментальные точки для различных кривых различными условными знаками (точки, кружки, треугольники, квадраты и т.д.). Каждой из семейства кривых присваивается номер и в подписи к рисунку указывается значение параметра для каждой из них, либо же значение параметра указывается непосредственно около кривой на графике.

Изображение погрешностей. Погрешность измерения изображают на графике с помощью крестиков соответствующих размеров, нанесенных поверх точек.

Поскольку нанесение таких знаков - дополнительный труд и приводит к усложнению графика, это следует делать лишь в том случае, если информация по ошибкам на графике действительно нужна. Обычно такая необходимость возникает тогда, когда экспериментальные значения исследуемых величин получены с различными погрешностями.

Оформление графиков. Готовый график снабжается заголовком, который должен содержать точное описание того, что показывает график.

5.4. Округление при вычислениях и запись результатов

Прежде, чем производить вычисления, необходимо округлить числа, входящие в расчетную формулу. Это, во-первых, значительно сократит трудоемкость вычислений, во-вторых, уменьшит вероятность возникновения ошибок при вычислениях. Округление всех чисел до разряда на единицу младшего, чем разряд последней цифры наименее точного числа.

Например:

$$\frac{(32,1 + 7,654 - 0,987)1,2345}{2,468} \approx \frac{(32,1 + 7,65 - 0,99)1,23}{2,47}$$

При промежуточных расчетах следует вести вычисления с числом цифр на единицу больше, чем в самом неточном из исходных данных. В окончательном результате эти «запасные» цифры отбрасываются. Например:

$$\frac{(32,1 + 7,65 - 0,99)1,23}{2,47} = \frac{38,76 \cdot 1,23}{2,47} = \frac{47,68}{2,47} = 19,3$$

Окончательный результат обязательно приводится вместе с погрешностью. Погрешность рекомендуется округлять до одной значащей цифры и всегда в сторону увеличения. Если, например, расчет погрешности дает $\delta_x = 0,273$, то окончательное значение погрешности следует принять равным 0,3. Окончательный результат и его погрешность всегда записываются так, чтобы их последние цифры принадлежали к одному и тому же десятичному разряду. Нельзя писать $16 \pm 0,3$ или $16,23 \pm 0,3$. Правильная запись: $16,2 \pm 0,3$.

Относительная погрешность округляется до одной - двух значащих цифр.

5.5. Выводы по работам

В заключение студенты должны сформулировать выводы по лабораторной работе. Причем вывод не должен быть типа: сделано то-то и то-то. Если целью работы является определение какой-либо физической величины (например, ускорения свободного падения, скорости звука в воздухе и т. д.), то нужно указать, как согласуется полученное вами значение со справочными данными. Если не согласуется по каким-либо причинам, то указать эти причины. Если целью работы является проверка какой-нибудь теоретической закономерности, то следует указать, подтверждают ли ваши данные теоретические расчеты, а если нет, то почему.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

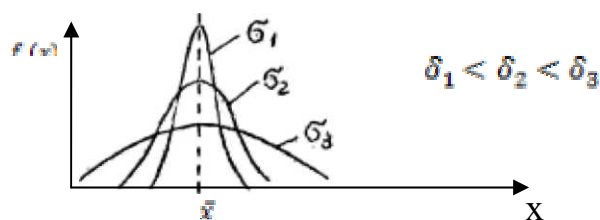
Предположим, что мы провели серию измерений одной и той же величины. Пусть число измерений очень велико (т.е. $n \rightarrow \infty$).

Введем понятие *функции распределения результатов измерений* $f(x)$, физический смысл которой состоит в том, что произведение $f(x) \delta_x$ (δ_x - малая величина) есть вероятность того, что отдельное, случайно выбранное значение измеряемой величины скажется в интервале от $x - \delta_x$ до $x + \delta_x$. Очевидно, что функция $f(x)$ должна быть симметрична относительно среднего значения \bar{x} , поскольку результаты измерений с равной вероятностью могут отличаться от значения \bar{x} как в большую, так и в меньшую сторону. Эта функция так же должна убывать по мере удаления аргумента x от значения \bar{x} , поскольку вероятность появления результата измерений, сильно отличающегося от \bar{x} , мала.

Не вдаваясь в детали, приведем формулу и график этой функции, которая называется функцией Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}.$$

Здесь e - основание натуральных логарифмов; σ^2 - дисперсия измерений, которая, как видно из рисунка, служит мерой ширины кривой $f(x)$, т.е. мерой разброса результатов измерений.



Кривые, приведенные на рисунке, описывают также и распределение ошибок. Действительно, в показателе степени экспоненты функции Гаусса стоит величина $(x - \bar{x})$, которая является абсолютной погрешностью измерений δ_x , т. е. по существу $f(x) = f(x - \bar{x}) = f(\delta_x)$.

По этой причине функцию Гаусса называют еще функцией ошибок. Отметим одно важное обстоятельство. До сих пор речь шла о распределении ошибок отдельного измерения. В качестве окончательного результата серии из n измерений выбиралось среднее \bar{x} из всех полученных результатов. Это тоже случайная величина, и по отношению к ней также можно ставить вопрос о распределении возможных ошибок и о различных характеристиках ширины этого распределения $f(\bar{x})$. Ясно, что \bar{x} является лучшей оценкой для $x_{ист}$, чем результат отдельного измерения, иначе говоря, ширина распределения для $\delta_{\bar{x}} = |\bar{x} - x_{ист}|$ меньше, чем для $\delta_i = |x_i - \bar{x}|$. Как показывает строгий математический расчет, кривая распределения величины \bar{x} при n измерениях в \sqrt{n} раз уже, чем для величины x , т. е. величина $\delta_{\bar{x}}$ равна:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица коэффициентов Стьюдента

$p \backslash n$	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
2	3,08	6,31	12,71	63,66	636,62
3	1,89	2,92	4,30	9,92	31,69
4	1,64	2,35	3,18	5,84	12,92
5	1,53	2,13	2,78	4,60	8,61
6	1,48	2,02	2,57	4,03	6,87
7	1,44	1,94	2,45	3,71	5,96
8	1,42	1,90	2,36	3,50	5,41
9	1,40	1,86	2,31	3,36	5,04
10	1,38	1,83	2,26	3,25	4,78
20	1,37	1,73	2,09	2,86	3,88
30	1,31	1,70	2,04	2,76	3,66
CO	1,28	1,64	1,96	2,58	3,29

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица результатов измерений и расчетов

диаметра проволоки

№ ПП	D мм	δ_{Dl} мм	$S_{n\bar{D}}$ мм	δD мм	ε_D %	$\bar{D} \pm \delta_D$ мм
1	3,24	0,002				
2	3,25	0,008				
3	3,23	0,012				
4	3,24	0,002				
5	3,25	0,008				
Ср.	3,242		0,0037	0,011	0,34	3,24±0,02

Таблица результатов измерений и
расчетов площади сечения проволоки

№ ПП	D мм	δ_{Di} мм	δ_D мм	$\delta_{n\bar{D}}$ мм	ε %	S мм ²	ε_S %	δ_S мм ²	$S \pm \delta_S$ мм ²
1	3,24	0,002							
2	3,25	0,008							
3	3,23	0,012							
4	3,24	0,002							
5	3,25	0,008							
Ср.	3,242		0,0037	0,011	0,34	8,24	0,92	0,08	8,24±0,08

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Абсолютные и относительные погрешности функции нескольких переменных

№ пп	Вид функции $Z = f(a, b, c, \dots)$	Абсолютная погрешность δ_z	Относительная погрешность $\varepsilon_z = \delta_z / \bar{Z}$
1.	$Aa \pm Bb \pm Cc$ $A = \text{const};$ $B = \text{const};$ $C = \text{const}$	$\sqrt{(A\delta_a)^2 + (B\delta_b)^2 + (C\delta_c)^2}$	$\frac{\delta_z}{A\bar{a} \pm B\bar{b} \pm C\bar{c}}$
2.	$a \cdot b \cdot c$	$\bar{a} \bar{b} \bar{c} \varepsilon_z$	$\sqrt{\left(\frac{\delta_a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_b}{\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_c}{\bar{c}}\right)^2}$
3.	a/b	$\bar{a} / \bar{b} \varepsilon_z$	$\sqrt{\left(\frac{\delta_a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\frac{\delta_b}{\bar{b}}\right)^2}$
4.	$a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma$	$\bar{a}^\alpha \bar{b}^\beta \bar{c}^\gamma \varepsilon_z$	$\sqrt{\left(\alpha \frac{\delta_a}{\bar{a}}\right)^2 + \left(\beta \frac{\delta_b}{\bar{b}}\right)^2 + \left(\gamma \frac{\delta_c}{\bar{c}}\right)^2}$
5.	$\frac{a}{a \pm b}$	$\frac{\sqrt{(\bar{b}\delta_a)^2 + (\bar{a}\delta_b)^2}}{(\bar{a} \pm \bar{b})^2}$	$\frac{\sqrt{(\bar{b}\delta_a)^2 + (\bar{a}\delta_b)^2}}{\bar{a}(\bar{a} \pm \bar{b})^2}$
6.	$ab + c$	$\sqrt{(\bar{b}\delta_a)^2 + (\bar{a}\delta_b)^2 + (\delta_c)^2}$	$\frac{\delta_z}{\bar{a}\bar{b} + \bar{c}}$
7.	$a(b + c)$	$\sqrt{(\bar{b} + \bar{c})^2 (\delta_a)^2 + (\bar{a}\delta_b)^2 + (\bar{a}\delta_c)^2}$	$\frac{\delta_z}{\bar{a}(\bar{b} + \bar{c})}$

РАБОТА I М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ
ПРИ ПОМОЩИ ПРИБОРА АТВУДА

1.1. Цель работы

Изучить принцип действия прибора Атвуда и определить при помощи этого прибора ускорение свободного падения в поле силы тяжести Земли.

1.2. Расчетные зависимости

Прибор Атвуда был изобретен английским физиком и математиком Джорджем Атвудом (1746-1807) и описан в его трактате по механике в 1784 году.

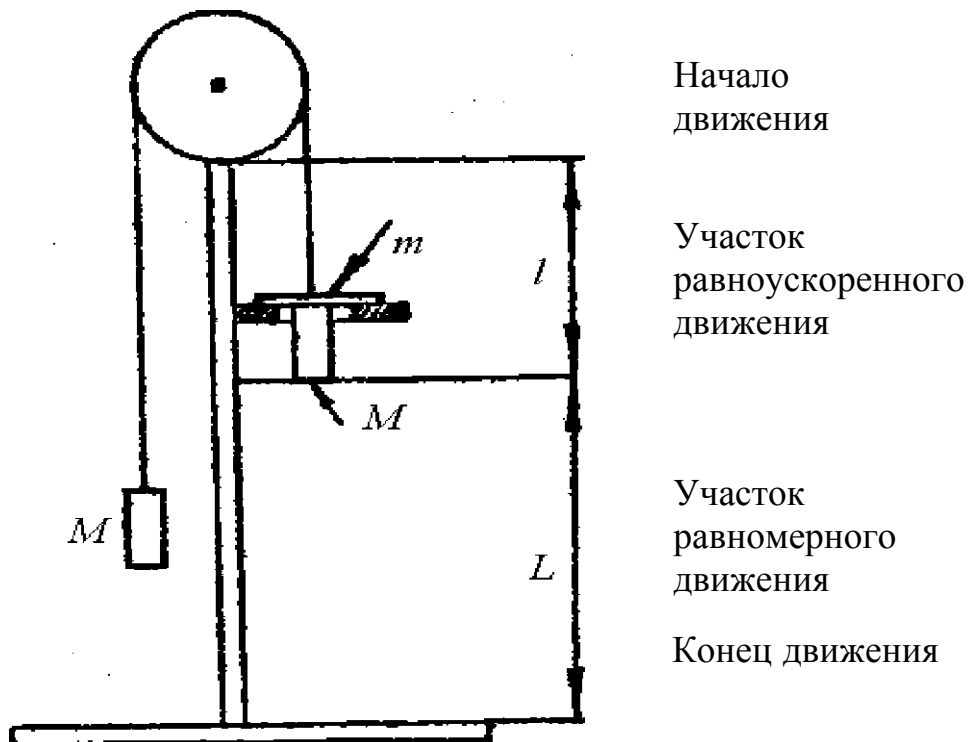


Рис. 1.1. Схема прибора Атвуда

Через неподвижный блок в верхней части прибора переброшена нить с двумя одинаковыми цилиндрическими грузами массой M каждый. В исходном положении левый груз находится на подставке внизу, а правый - в самом верхнем положении. Вся система находится в равновесии.

Если теперь на правый груз положить небольшой дополнительный груз в виде кольца массой m , то он нарушит равновесие. Грузы справа начнут двигаться с ускорением вниз и пройдут путь l . Затем дополнительный груз задержится на кольцевой опоре, а основной груз продолжит движение уже с постоянной скоростью и пройдет путь L .

Если известны массы M и m , расстояния l и L , а также измерено время движения грузов на участке L , то по этим данным можно найти ускорение свободного падения g . Рассмотрим это подробнее.

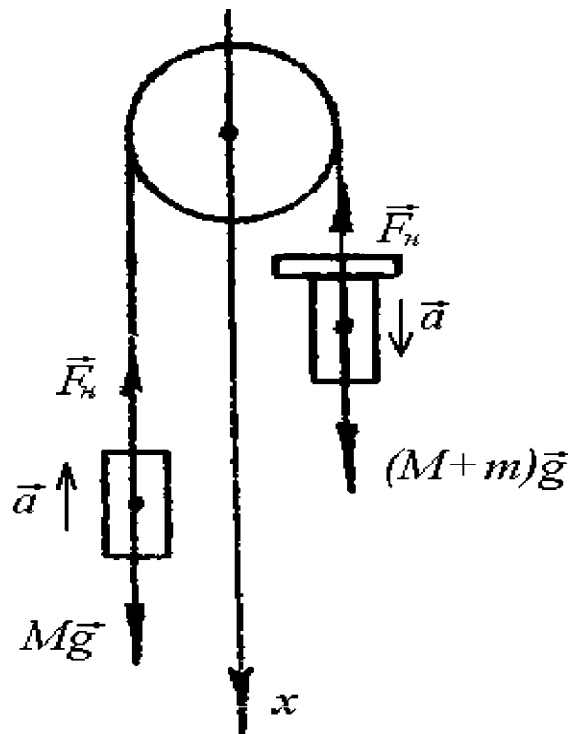


Рис. 1.2. Движение грузов на участке равноускоренного движения

На рис. 1.2 показано движение грузов на участке равноускоренного движения. Движение грузов одномерно. Ось x удобно направить вниз. Пренебрежем массой блока, трением в его оси, а также массой нити. Нить будем считать нерастяжимой. В этом приближении запишем второй закон

Ньютона для левого и правого грузов соответственно.

$$M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{F}_H$$

$$(M + m)\vec{a} = (M + m)\vec{g} + \vec{F}_H.$$

В проекции на ось x получим для левого груза

$$-Ma = Mg - F_H, \quad (1.1)$$

а для правого

$$(M + m)a = (M + m)g - F_H, \quad (1.2)$$

где a - модуль ускорения, с которым движутся грузы; F_H - модуль силы натяжения нити.

Исключая неизвестную силу F_H из (1.1) и (1.2), находим, что

$$g = \frac{2M + m}{m}a \quad (1.3)$$

Двигаясь с ускорением a , к концу пути l грузы будут иметь скорость V . Эти величины связаны соотношением

$$a = \frac{V^2}{2l} \quad (1.4)$$

Скорость V можно найти, замечая, что именно с этой скоростью грузы движутся на участке равномерного движения, т. е.

$$V = \frac{L}{t} \quad (1.5)$$

где t - время равномерного движения.

С учетом (1.4) и (1.5) формула (1.3) принимает вид

$$g = \frac{2M + m}{m} \frac{L^2}{2lt^2} \quad (1.6)$$

Формула (1.6) является основной расчетной в данной работе.

1.3. Описание установки

Приборы и принадлежности: прибор Атвуда FPM - 02, набор из трех дополнительных грузов.

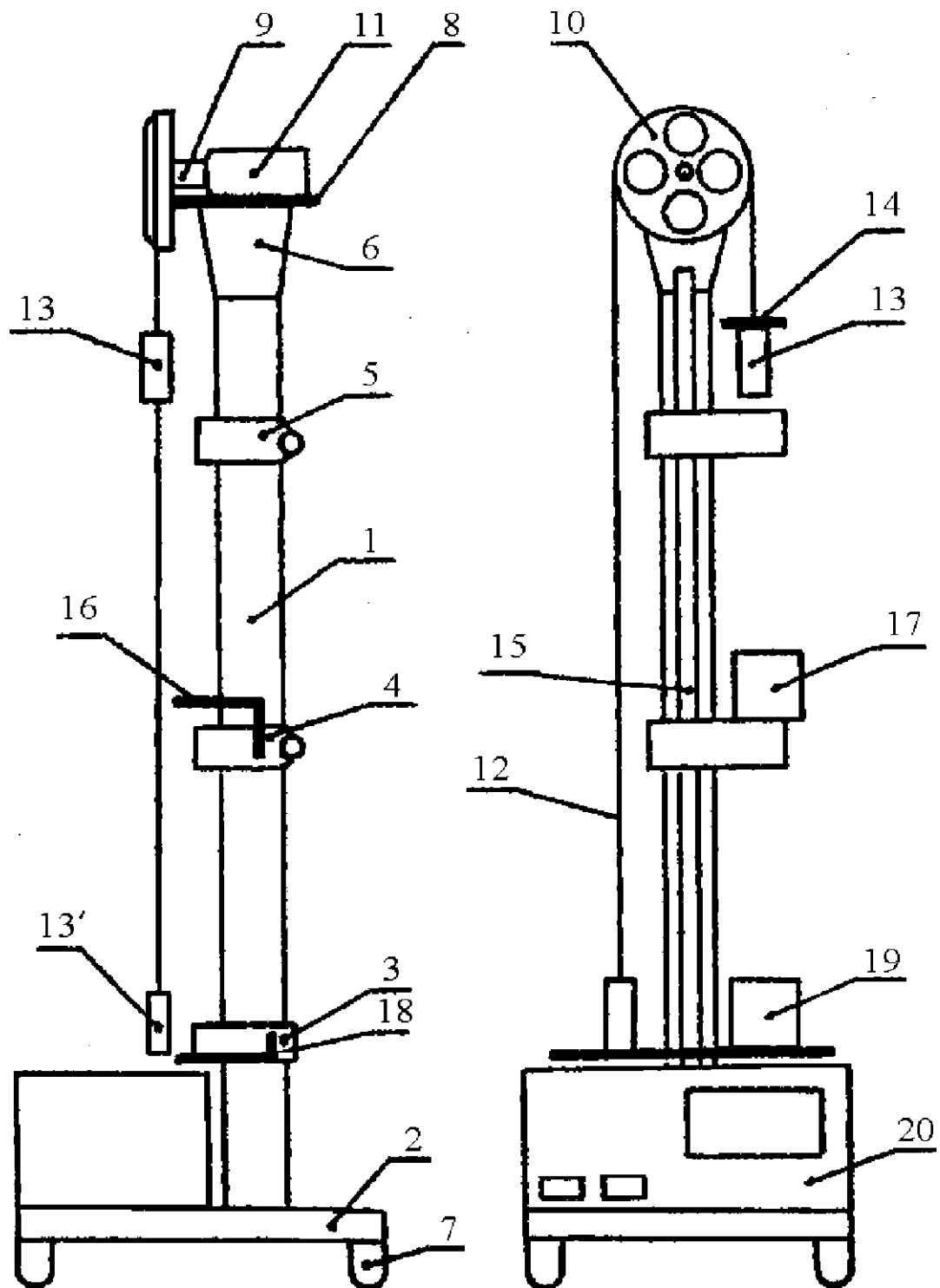


Рис. 1.3. Общий вид лабораторной установки кронштейна

Конструкция лабораторной установки изображена на рис. 1.3. На вертикальной колонне 1, закрепленной на основании 2, установлены три кронштейна. Нижний кронштейн 3 неподвижен, средний кронштейн 4 и верхний кронштейн 5 могут передвигаться.

Основание оснащено регулируемыми ножками 7, которые служат для выравнивания прибора. На верхнем конце колонны имеется втулка 6, на которой с помощью диска 8 закреплены узел подшипника блока 9, блок 10 и электромагнит 11. Через блок перекинута нить 12, на концах которой привязаны грузы 13 и 13'. Электромагнит после подведения к нему питающего напряжения при помощи фрикционной муфты удерживает блок с грузами в состоянии покоя.

Верхний и средний кронштейны можно перемещать вдоль колонны и фиксировать в любом положении, устанавливая таким образом длину пути ускоренного и равномерного движения. Для измерения этих путей на колонне имеется миллиметровая шкала 15, все кронштейны имеют указатель положения, а верхний кронштейн дополнительную черту, позволяющую точно совместить нижнюю грань груза с началом пути. Расстояния, которые проходит груз, определяются по положению его нижней грани.

На среднем кронштейне закреплен кронштейн 16 и фотоэлектрический датчик 17. Кронштейн 16 снимает с падающего вниз груза 13 дополнительный грузик 14, а фотоэлектрический датчик одновременно с этим формирует электрический импульс, сигнализирующий о начале равномерного движения. Оптическая ось фотоэлектрического датчика (черта на его корпусе) находится на уровне указателя положения среднего кронштейна.

Нижний кронштейн оснащен двумя кронштейнами 18 и фотоэлектрическим датчиком 19 с оптической осью на уровне указателя положения нижнего кронштейна. При пересечении оптической оси нижней гранью груза формируется электрический импульс, сигнализирующий об окончании равномерного движения.

На основании прибора жестко закреплен электронный миллисекундомер 20. К его гнездам подключены оба фотоэлектрических датчика. Кроме того, через одно из гнезд подводится напряжение, питающее обмотку электромагнита.

Лицевая панель миллисекундомера изображена на рис. 1.4.

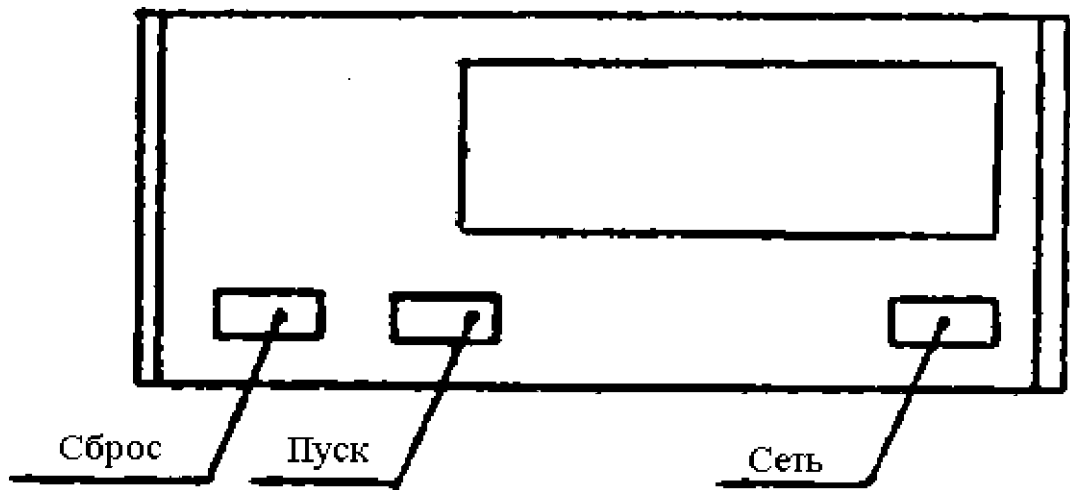


Рис. 1.4. Лицевая панель электронного миллисекундомера

Назначение кнопок секундомера следующее. «СЕТЬ» - выключатель сети; имеет фиксацию в нажатом состоянии. Нажатие этой кнопки вызывает включение питающего напряжения и автоматический сброс прибора (все индикаторы высвечивают нули, и светятся лампочки фотоэлектрических датчиков). «СБРОС» - установка нуля измерителя; не имеет фиксации. Нажатие этой кнопки вызывает сброс всех схем миллисекундомера; индикаторы высвечивают нули. «ПУСК» - управление электромагнитом; имеет фиксацию в нажатом состоянии. Нажатие этой кнопки освобождает блок и генерирует импульс разрешения на измерение времени. При отжатом состоянии кнопки блок заторможен.

Установка включается в сеть с напряжением 220 В. Включение осуществляется нажатием кнопки «СЕТЬ».

Для проведения измерений необходимо установить грузы в исходное положение. При этом левый груз лежит на резиновом амортизаторе нижнего кронштейна, а правый груз находится в верхнем положении. Нижняя грань правого груза должна совпадать с чертой, нанесенной на верхнем кронштейне. Добиться этого можно, перемещая верхний кронштейн вдоль колонны. Перемещением среднего кронштейна устанавливаются величины путей l и L . Эти величины должны быть заданы преподавателем. Обычно путь должен быть

в пределах 15 ... 20 см. Кнопка «ПУСК» должна быть включена, при этом блок заторможен. Чтобы убедиться, что схемы миллисекундомера сброшены, можно нажать кнопку «СБРОС». После этого установка готова к измерениям.

На правый груз нужно положить один из дополнительных грузов. Нажатие кнопки «ПУСК» освобождает блок, и система грузов начинает двигаться с ускорением. Когда правый груз достигает среднего кронштейна, дополнительный груз задерживается на кронштейне, а вся система продолжает движение уже равномерно. В момент, когда нижняя грань правого груза пересекает оптическую ось фотоэлемента в среднем кронштейне, на индикаторе миллисекундомера начинается отсчет времени равномерного движения. Когда правый груз пересекает оптическую ось фотоэлемента в нижнем кронштейне, отсчет времени прекращается и блок затормаживается. На индикаторе высвечивается время равномерного движения. Измерение закончено.

Чтобы перевести прибор в исходное положение, надо нажать кнопку «СБРОС», оставив кнопку «ПУСК» нажатой. При этом индикатор обнуляется, а блок освобождается (ведь кнопка «ПУСК» нажата!). Грузы переводятся в исходное положение, и отжимается кнопка «ПУСК», при этом блок затормаживается. Прибор готов к проведению нового измерения.

Паспортные данные установки:

- масса M основных грузов $(60,00 \pm 0,01)$ г;
- масса m дополнительных грузов $(6,50 \pm 0,01)$ г, $(8,50 \pm 0,01)$ г, $(12,00 \pm 0,01)$ г;
- погрешность определения длины ± 1 мм;
- рабочая погрешность измерения времени не более $\pm 0,02\%$;
- диапазон измерения времени 0 - 99,999 с.

1.4. Порядок выполнения работы

1.4.1. Согласуйте с преподавателем исходные данные: массу m дополнительного груза, с которым будете проводить измерения, доверительную

вероятность p , число измерений n , длины путей l и L . Все исходные данные занесите в табл. 1.1.

1.4.2. Установите грузы в исходное положение. Совместите черту на верхнем кронштейне с нижней гранью правого груза. Перемещая средний кронштейн, установите величины путей l и L . Проведите несколько пробных измерений. Убедитесь, что все происходит так, как описано в разделе 1.3.

1.4.3. Проведите серию из n измерений времени равномерного движения t . Результаты занесите в таблицу 1.2. Вычислите погрешности измерений. При вычислении S_t воспользуйтесь формулами

$$S_t = \sqrt{S_{t\text{случ.}}^2 + S_{t\text{сист.}}^2}; \quad S^2 = \frac{1}{3} \Delta t_{\text{пред}}^2,$$

где $\Delta t_{\text{пред}}$ - предельная погрешность секундомера. Заполните таблицу 1.2 до конца.

1.4.4. Вычислите ускорение свободного падения по формуле (1.6). Определите погрешность измерений, используя формулу

$$\varepsilon_g = \sqrt{\varepsilon_{2M+m}^2 + \varepsilon_m^2 + 4\varepsilon_L^2 + \varepsilon_l^2 + 4\varepsilon_t^2} \quad (1.7)$$

для относительной погрешности косвенного измерения. Результаты расчетов занесите в таблицу 1.3.

Полученное значение ускорения свободного падения может заметно отличаться от известного ($9,82 \text{ м/с}^2$). Проанализируйте причины такого расхождения. Сделайте выводы по работе.

1.5. Контрольные вопросы

1. Поясните термин «ускорение свободного падения». Как изменяется ускорение свободного падения с расстоянием от центра Земли?
2. Как измерить ускорение свободного падения с помощью прибора Атвуда?
3. Как получить формулу (1.7) для средней квадратичной погрешности из формулы (1.6) для ускорения свободного падения?

4. Что можно сказать о вкладе каждого слагаемого в формулу (1.7)?
5. Какие еще погрешности могут присутствовать в результате измерений кроме тех, что учтены формулой (1.7)?

Таблица 1.1

Исходные данные

$m \pm \Delta m$, г	$l \pm \Delta l$, см	$L \pm \Delta L$, см	p	n

Таблица 1.2

Время равномерного движения t дополнительного груза

№	t , с	Δt , с	$S_{t \text{ случ.}}$, с	$S_{t \text{ сист.}}$, с	S_t , с	δ_t , с	$t_{cp} \pm \delta_t$, с
1							
2							
3							
...							
Ср.							

Таблица 1.3

Ускорение свободного падения

ϵ_m , %	ϵ_{2M+m} , %	ϵ_L , %	ϵ_b , %	ϵ_{ρ} , %	ϵ_g , %	g , м/с ²	δ_g , м/с ²	$g \pm \delta_g$, м/с ²

РАБОТА 2 М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ ПРИ ПОМОЩИ КРУТИЛЬНОГО
БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

2.1. Цель работы

Изучить колебания крутильного баллистического маятника и определить скорость пули при помощи этого маятника.

2.2. Расчетные зависимости

После попадания пули в маятник (описание маятника дано в разделе 2.3) он начинает вращаться вокруг своей вертикальной оси. Если учесть, что время соударения пули с маятником много меньше периода колебаний T , то систему пуля-маятник можно рассматривать как замкнутую и применить к ней законы сохранения момента импульса и энергии.

Закон сохранения момента импульса для абсолютно неупругого удара дает

$$mVl = (J + ml^2) \alpha, \quad (2.1)$$

где m - масса пули; V - скорость пули; l - расстояние от оси вращения маятника до точки удара пули; α - угловая скорость маятника; J - момент инерции маятника; ml^2 - момент инерции пули.

Закон сохранения механической энергии (после удара) запишем в виде

$$\frac{1}{2}(J + ml^2)\alpha^2 = \frac{1}{2}C\alpha^2, \quad (2.2)$$

где α - угол поворота маятника; C - постоянная момента упругих сил.

Из уравнений (2.1) и (2.2) получаем:

$$V^2 = \frac{C\alpha^2}{m^2l^2}(J + ml^2). \quad (2.3)$$

Так как момент инерции пули ml много меньше J , то уравнение (2.3) может быть записано в виде:

$$V^2 = \frac{C\alpha^2}{m^2 l^2} \quad (2.4)$$

Известно, что период колебаний баллистического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}} \quad (2.5)$$

Исключим величину C . Для этого запишем выражение периода колебаний маятника для различных значений момента инерции J :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{C}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{C}}, \quad \Delta J = J_1 - J_2,$$

где T_2 -период колебаний при новом значении момента инерции J_2 ; ΔJ - разность моментов инерции.

Отсюда

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2},$$

$$J_1 = \frac{T_1^2}{T_1^2 - T_2^2} \Delta J \quad (2.6)$$

Уравнения (2.4), (2.5), (2.6) дают

$$V = \frac{2\pi\alpha}{ml} \cdot \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} \Delta J \quad (2.7)$$

Величину ΔJ можно определить, пользуясь теоремой Штейнера, из которой следует, что

$$J_1 = J_0 + 2MR_1^2, \quad J_2 = J_0 + 2MR_2^2, \quad (2.8)$$

где J_0 - момент инерции маятника, когда центры тяжести грузов совпадают с осью вращения маятника; J_1 - момент инерции, когда оба груза находятся на расстоянии R_1 от оси вращения; J_2 - момент инерции, когда оба груза находятся на расстоянии R_2 ; M - масса одного груза.

Пусть $R_1 > R_2$, тогда из формулы (2.8) получаем

$$J_1 - J_2 = \Delta J = 2M(R_1^2 - R_2^2). \quad (2.9)$$

Формулы (2.7) и (2.9) окончательно дают

$$V = \frac{4\pi\alpha M}{ml} \cdot \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} (R_1^2 - R_2^2) \quad (2.10)$$

2.3. Описание установки

Общий вид баллистического маятника показан на рис. 2.1.

Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют выровнять прибор. В основании закреплена колонка 3, на которой закреплен верхний кронштейн 4, нижний кронштейн 5 и средний кронштейн 6. К среднему кронштейну прикреплено стреляющее устройство 7, а также прозрачный экран с нанесенной на него угловой шкалой 8 и фотоэлектрический датчик 9. Кронштейны 4 и 5 имеют зажимы, служащие для крепления стальной проволоки 13, на которой подвешен маятник, состоящий из двух чашечек с пластином 10, двух подвижных грузов 11, двух стержней 12, водилки 14.

Фотоэлектрический датчик соединен с миллисекундомером 15.

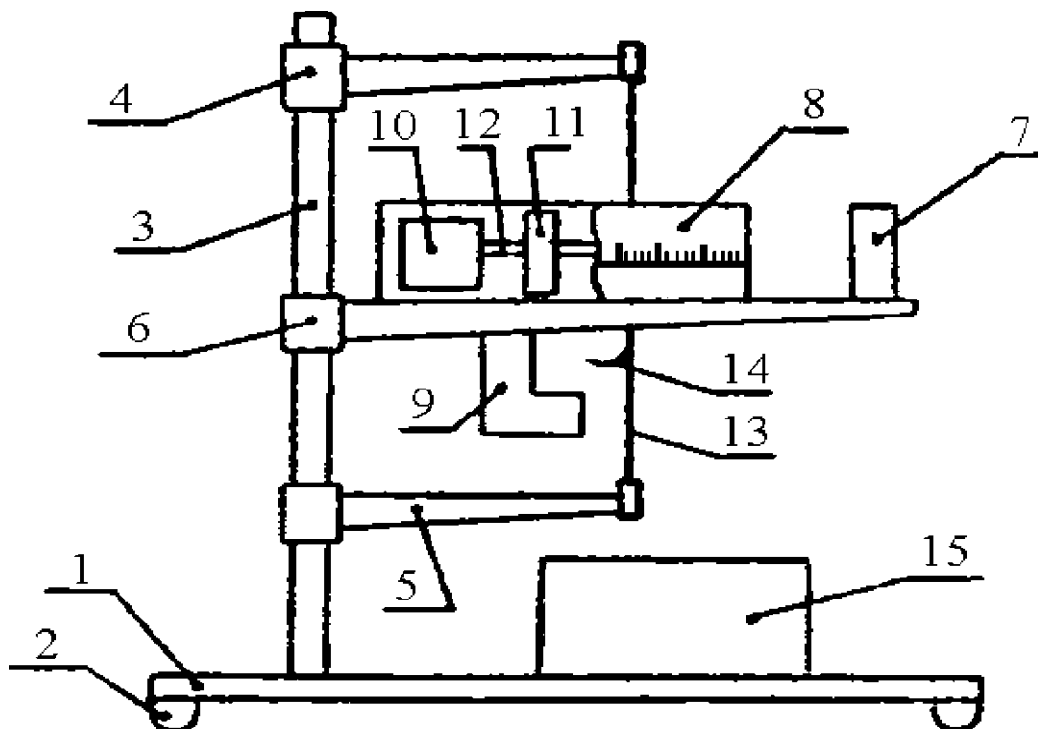


Рис. 2.1. Баллистический крутильный маятник

2.4. Порядок выполнения работы

1. Подготовить прибор к работе: включить сетевой шнур в питающую сеть, нажать переключатель «Сеть», проверить все ли индикаторы измерителя высвечивают цифру ноль, а также, светится ли лампочка фотоэлектрического датчика.
2. Максимально отдалить грузы друг от друга (R_1 - максим.).
3. Обнулить маятник, т. е. установить маятник в таком положении, чтобы черта на чашечке показала угол наклона $\alpha = 0$.
4. Выстрелить пулю из стреляющего устройства.
5. Измерить максимальный угол отклонения маятника α .
6. Отклонить маятник на угол α , деблокировать измеритель времени и пустить маятник.
Измерить время десяти колебаний и вычислить T_1 .
Повторить измерение времени не менее трех раз.
7. Максимально приблизить друг к другу грузы (R_2 - миним.) и повторить действия согласно пунктам 3-6 и вычислить T_2 .
8. По формуле (2.10) вычислить скорость пули для каждого набора измерений.
9. Рассчитать погрешности измерения скорости пули.

Исходные данные

Масса груза $M = 200$ г.

Масса пули $m = 2$ г.

расстояние от оси вращения до точки соударения пули $l = 120$ мм.

Результаты измерений и обработки данных
при определении скорости пули

Таблица 2.1

№ пп	α°	R_1 м	t_1 с	T_1 , с	R_2 м	t_2 с	T_2 с	V м/с	δV м/с	ε %	$V_{cp} \pm \delta V$ м/с
1											
2											
...											
Ср.											

2.5. Контрольные вопросы

1. Определить основные кинематические и динамические величины, характеризующие вращательное движение. Какие из них векторные и какие скалярные?
2. Записать закон сохранения момента импульса для неупругого соударения тел.
3. Записать закон сохранения механической энергии для баллистического маятника при соударении с пулей.
4. Записать и сформулировать теорему Штейнера.

РАБОТА 3 М

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОГО СОУДАРЕНИЯ ШАРОВ

3.1. Цель работы

Определить коэффициент восстановления соударяющихся шаров.

3.2. Расчетные зависимости

3.2.1. Упругий удар

При соударении двух или более тел происходит изменение импульса и энергии соударяющихся тел. Это изменение зависит не только от начальных значений этих величин, но и от внутренних свойств самих соударяющихся тел, а именно, от их упругих свойств. Можно предположить существование двух идеальных твердых тел: одно после удара полностью восстанавливает свою форму (абсолютно упругое тело); другое совсем не восстанавливает свою форму (абсолютно неупругое тело). В качестве примера тела, близкого к абсолютно упругому, можно назвать стальной закаленный шар или шар из слоновой кости, к абсолютно неупругому - шар из пластилина, воска и т. п.

Вследствие кратковременности соударения твердых тел между ними возникают значительные силы, способные изменить состояние движения тел за очень малое время, т. е. вызвать большие ускорения. Это позволяет при решении задачи на соударение пренебречь действием других сил (например, тяготения), действующих на тела во время удара, так как изменения скорости, произведенные ими за столь малое время, очень незначительны.

Таким образом, систему соударяющихся шаров в промежутке времени, за который происходит удар, можно рассматривать, как замкнутую систему, к которой применимы законы сохранения энергии и импульса. Однако силы взаимодействия между неупругими шарами при соударении - неконсервативные, поэтому закон сохранения механической энергии для таких шаров следует записать в виде

$$W - W_0 = A,$$

где $W = W_{K1} + W_{K2} + W_P$ - полная механическая энергия системы после удара, складывающаяся из кинетических энергий шаров W_{K1} и W_{K2} и потенциальной энергии их взаимодействия W_P . $W_0 = W_{K10} + W_{K20} + W_{P0}$ - полная механическая энергия системы до удара, складывающаяся из тех же составляющих; A - работа внутренних (неконсервативных) сил.

Так как до и после удара шары не взаимодействуют, то $W_p = W_{p0}=0$, и закон сохранения механической энергии принимает вид

$$(W_1 + W_2) - (W_{10} + W_{20}) = A,$$

или

$$\frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} - \left(\frac{m_1 V_{10}^2}{2} + \frac{m_2 V_{20}^2}{2} \right) = A,$$

где m_1, m_2 - массы шаров;

V_1, V_2 - скорости шаров после удара;

V_{10}, V_{20} - скорости шаров до удара.

Для неупругих шаров $A < 0$, т. к. уменьшается, кинетическая энергия системы часть ее необратимо переходит в энергию деформации соударяющихся шаров и в конечном итоге - в теплоту, т. е. механическая энергия при неупругих соударениях не сохраняется.

При ударе абсолютно упругих шаров кинетическая энергия, которая переходит в потенциальную энергию деформации, вновь полностью переходит в кинетическую энергию, т.е. механическая энергия сохраняется. Таким образом, для абсолютно упругого удара закон сохранения энергии примет вид

$$\frac{m_1 V_{10}^2}{2} + \frac{m_2 V_{20}^2}{2} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2}$$

Что касается закона сохранения импульса, то он применим к замкнутой системе любых тел; для двух соударяющихся тел закон сохранения импульса имеет вид

$$m_1 \vec{V}_{10} + m_2 \vec{V}_{20} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$$

3.2.2. Центральные удар шаров

Рассмотрим центральный удар двух шаров, т.е. случай, когда шары движутся вдоль линии, соединяющей их центры. Пусть шары изготовлены из одинакового материала. Отклоним шар 1 на угол α_{10} от положения равновесия,

шар 2 оставим в покое (рис. 3.1). Отпустим первый шар. Тогда импульс шаров непосредственно перед столкновением равен

$$p_0 = m_1 V_{10}.$$

Суммарный импульс шаров после столкновения

$$p_0 = m_1 V_1 + m_2 V_2.$$

Если $m_1 = m_2 = m$, то $p = m(V_1 + V_2)$. Отсюда закон сохранения импульса получает вид

$$mV_{10} = m(V_1 + V_2) \text{ или} \\ V_{10} = V_1 + V_2. \quad (3.1)$$

Выразим скорость соударяющихся шаров через угол отклонения от равновесного положения α_0 (рис. 3.1). Поскольку в процессе движения шара его потенциальная энергия mgh_0 переходит в кинетическую энергию $mV_0^2/2$, скорость ударяющего шара перед первым ударом определится формулой

$$V_0 = \sqrt{2gh_0}, \quad (3.2)$$

где h_0 - высота поднятия шара при его отклонении на угол α_0 ;

g - ускорение свободного падения.

Высота поднятия шара h_0 из рассмотрения треугольника OMC может быть выражена как

$$h_0 = l(1 - \cos\alpha_0) = l2\sin^2\frac{\alpha_0}{2}. \quad (3.3)$$

Учитывая (3.3), имеем

$$V_0 = 2\sqrt{gl} \sin\frac{\alpha_0}{2}. \quad (3.4)$$

В последних формулах l - длина подвески шаров.

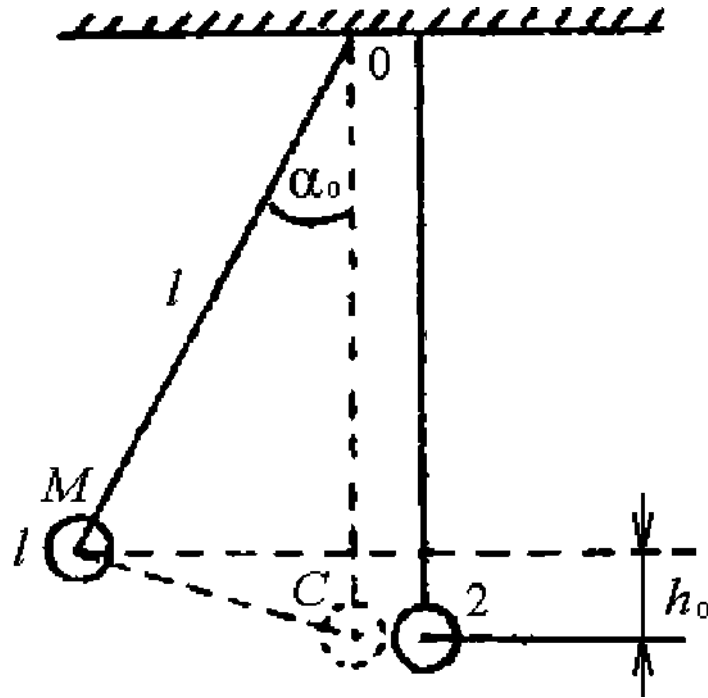


Рис. 3.1 Центральный удар шаров

Для малых углов отклонения шара, когда $\sin \alpha \approx \alpha$, где α выражен в радианах, получим

$$v_0 = \sqrt{gl} \alpha_0 \quad (3.5)$$

Зная время контактирования шаров, можно рассчитать среднюю силу упругого удара. На основании второго закона Ньютона

$$\vec{F} dt = m d\vec{V},$$

где F - сила упругого удара, действующая на шар. Вместо силы F введем среднюю силу упругого удара F_{cp} , величина которой в течение времени контактирования предполагается постоянной. Значение F_{cp} должно удовлетворять равенству

$$\int_0^t F_{cp} dt = \int_{V_{10}}^{V_1} m dV.$$

В результате интегрирования для шара 1 получим

$$F_{cp1} = \frac{m(V_1 - V_{10})}{t} \quad (3.6)$$

для второго шара

$$F_{cp2} = \frac{m(V_2 - 0)}{t} = \frac{mV_2}{t} = \frac{m\sqrt{gl}\alpha_0}{t} \quad (3.7)$$

Очевидно, из третьего закона Ньютона $\vec{F}_{cn1} = -\vec{F}_{cn2}$. Отсюда снова получаем формулу (3.1).



Рис. 3.2. Симметричный (а) и несимметричный (б) удары шаров

В условиях симметричного удара (рис. 3.2,а) упругие свойства материала соударяющихся шаров можно охарактеризовать отношением кинетических энергий системы после удара к их сумме до удара, называемым коэффициентом восстановления шаров

$$K = \frac{\frac{mV^2}{2} + \frac{mV^2}{2}}{\frac{mV_0^2}{2} + \frac{mV_0^2}{2}} = \left(\frac{V}{V_0}\right)^2. \quad (3.8)$$

Очевидно, что при абсолютно упругом ударе $V = -V_0$ и $K = 1$. При абсолютно неупругом ударе $V = 0$ и $K = 0$.

Несимметричный удар шаров (рис. 3.2.б), реализуемый на лабораторной установке, можно уподобить симметричному, если его рассматривать в системе координат, движущейся со скоростью $V_{10}/2$ справа налево. В этом случае формула (3.8) получает вид

$$K = \frac{\frac{m}{2}\left(V_1 - \frac{V_{10}}{2}\right)^2 + \frac{m}{2}\left(V_2 - \frac{V_{10}}{2}\right)^2}{\frac{m}{2}\left(V_{10} - \frac{V_{10}}{2}\right)^2 + \frac{m}{2}\left(0 - \frac{V_{10}}{2}\right)^2} = \frac{V_1^2 + V_2^2 - V_{10}(V_1 + V_2) + \frac{V_{10}^2}{2}}{\frac{V_{10}^2}{2}} = 1 + 2\left(\frac{V_1^2 + V_2^2}{V_{10}^2} - \frac{V_1 + V_2}{V_{10}}\right)$$

С учетом формул (3.1) и (3.5) отсюда получаем расчетное соотношение

$$K = \frac{\alpha_{10}^2 - 4\alpha_{10}\alpha_2 + 4\alpha_2^2}{\alpha_{10}^2},$$

где α_{10} - угол отклонения первого шара до столкновения;

α_2 - угол отклонения второго шара после столкновения. Нетрудно

убедиться, что при абсолютно упругом ударе $\alpha_2 = \alpha_{10}$ и $K = 1$, при абсолютно неупругом ударе $\alpha_2 = \alpha_{10}/2$ и $K = 0$.

3.3. Описание лабораторной установки

Общий вид установки для исследования соударения шаров представлен на рис. 3.3.

Основание прибора 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка 3, к которой прикреплен нижний кронштейн 4 и верхний кронштейн 5. На верхнем кронштейне закреплены верхние подвесы 8, через которые проведены провода 12, подводящие напряжение к нижним подвесам 13, а через них к шарам 7. Расстояние между шарами можно менять с помощью винта 9. На нижнем кронштейне закреплены угольники со шкалами 6 и электромагнит 11.

Электромагнит можно передвигать вдоль правой шкалы и фиксировать высоту его установки. Сила электромагнита регулируется воротком 15. Угольники со шкалами тоже могут передвигаться вдоль нижнего кронштейна. К основанию прибора привинчен микросекундомер 14 для регистрации времени соударения шаров.

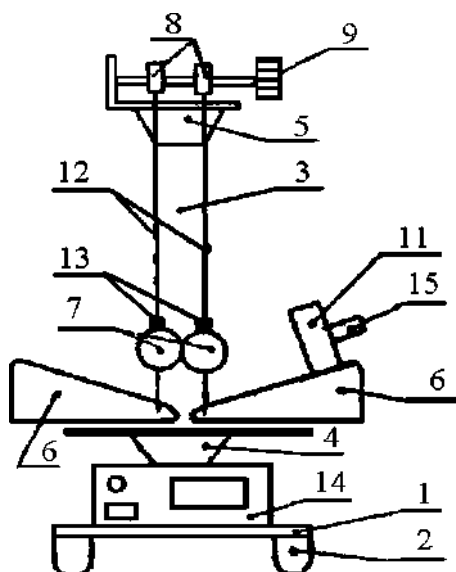


Рис. 3.3. Общий вид прибора для исследования соударения шаров

3.4. Порядок выполнения работы

- Проверить рабочее состояние установки: убедиться, что центры шаров находятся на одном уровне, что в состоянии покоя шары слегка касаются друг друга, что лезвия нижних подвесов 13 находятся на высоте угловых шкал 6 и указывают отметки “0”. При необходимости выполнить соответствующую корректировку.
- Установить электромагнит на выбранном расстоянии от начала шкалы.
- Включить миллисекундомер в сеть. Нажать клавишу «Сеть». Цифровые индикаторы должны высвечивать «нули».
- Правый шар 1 отклонить до соприкосновения с электромагнитом и заблокировать в этом положении, левый шар 2 оставить неподвижным. Зафиксировать величину угла α_{10} .
- Нажать клавишу «Сброс», затем клавишу «Пуск». После столкновения зафиксировать угол отклонения шара 2, а также время контактирования шаров t . Результаты занести в табл. 3.1.
- Повторить опыт заданное преподавателем число раз, все результаты занести в таблицу, после чего рассчитать средние значения параметров

- По формуле (3.9) рассчитать значение коэффициента K для каждого опыта.
- Оценить погрешности измерения коэффициента K .
- По формуле (3.7) определить среднюю силу соударения шаров F_{cp} , приняв $\alpha_2 = \alpha_{2\text{ ср}}$ (длину подвеса l измерить линейкой).

Таблица 3.1

Результаты измерений и вычислений

№ пп.	l м	α_{10}^0	α_2^0	t с	K	ΔK_i	S_K	δ_K	$K_{cp} \pm \delta_K$	ϵ_K %	F_{cp} Н
1											
2											
...											
Ср.											

3.5. Контрольные вопросы

1. Что понимается под ударом? Абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.
2. Что характеризует понятие «коэффициент восстановления шаров»?
3. Напишите законы сохранения энергии и импульса для центрального удара двух соударяющихся тел.
4. Напишите законы сохранения энергии и импульса для абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.

РАБОТА 4 М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

4.1. Цель работы

Изучение законов вращательного движения и определение момента инерции системы вращающихся грузов (маятника Обербека).

4.2. Расчетные зависимости

Моментом инерции J материальной точки относительно оси называется произведение массы материальной точки m на квадрат ее расстояния от оси вращения r , называемого радиусом вращения.

$$J = mr^2$$

Момент инерции - величина аддитивная, поэтому момент инерции системы N материальных точек равен сумме моментов инерции всех точек этой системы:

$$J = \sum m_i r_i^2$$

Для нахождения момента инерции тела относительно оси, его нужно разбить на элементарные части так, чтобы каждую часть можно было рассматривать как материальную точку. Тогда масса dm такой части равна

$$dm = \rho dV,$$

где ρ - плотность тела; dV - объем элементарной части.

Момент инерции каждой такой части, равен

$$dJ = \rho r^2 dV,$$

тогда момент инерции всего тела объемом V можно найти интегрированием последнего выражения:

$$J = \int_V \rho r^2 dV.$$

Для твердого тела произвольной формы вычисление момента инерции по данной формуле является весьма сложной задачей. В связи с этим возникает необходимость в экспериментальном определении этой величины.

В настоящей работе используется динамический метод, позволяющий найти момент инерции любого твердого тела относительно оси, проходящей через его центр инерции. Суть этого метода состоит в том, что испытуемое тело 1 (рис. 4.1) приводят во вращение за счет движения груза 2 известной массы, привязанного к нити, намотанной на шкив 3, закрепленный на той же оси, что и исследуемое тело.

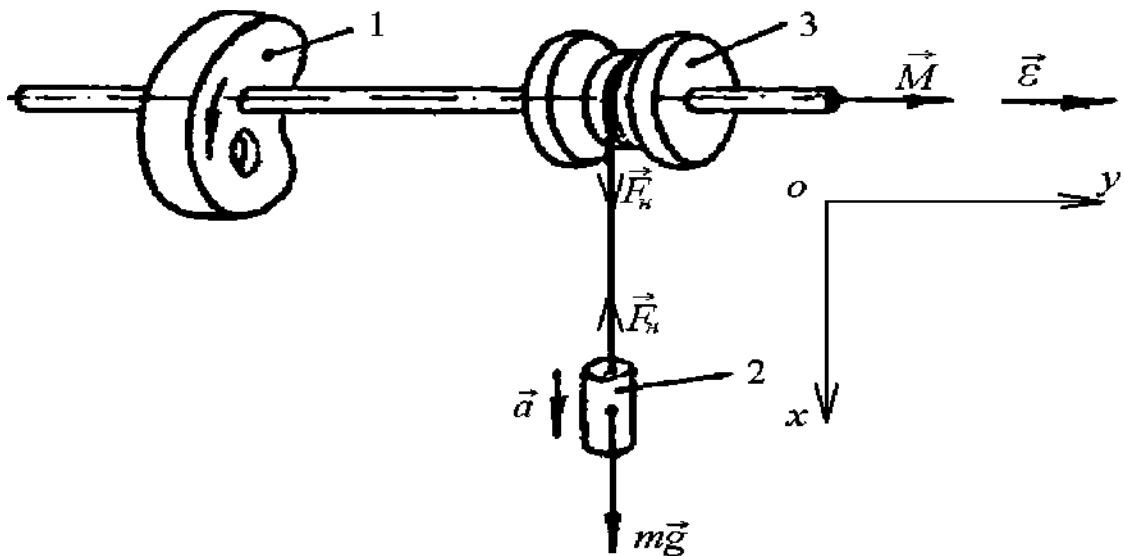


Рис. 4.1. Схема динамического метода определения момента инерции твердого тела

В рассматриваемой системе присутствуют два типа движения: поступательное движение груза 2 и вращение исследуемого тела 1.

Основной закон динамики для этих тел запишется соответственно как

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{F}_H \quad \text{и}$$

$$J \vec{\varepsilon} = \vec{M}.$$

Спроецировав эти уравнения на оси OX и OY системы координат, получаем

$$ma = mg - F_H, \quad (4.1)$$

$$J \varepsilon = M, \quad (4.2)$$

где F_H - сила натяжения нити, создающая момент силы $M = F_H D/2$

относительно оси вращения (D - диаметр шкива). $D/2$ - плечо силы F_H

относительно оси, ε - угловое ускорение. Величину F_H можно найти из (4.1), предварительно определив ускорение движения груза по формуле

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (4.3)$$

где h - путь, пройденный телом 2 за время t , t - время движения.

Тогда

$$F_H = mg \left(1 - \frac{2h}{gt^2} \right); \quad M = mg \frac{D}{2} \left(1 - \frac{2h}{gt^2} \right)$$

Выражая угловое ускорение тела ε через линейное ускорение a груза (4.3)

$$\varepsilon = \frac{2a}{D} = \frac{4h}{Dt^2}$$

и используя выражение (4.2), получаем расчетную формулу для

определения момента инерции тела

$$J = \frac{mD^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right)$$

4.3. Описание установки

Перечень оборудования: маятник Обербека, набор грузов.

В данной работе производится определение момента инерции маятника Обербека (рис. 4.2). Вращающаяся часть установки состоит из четырех стержней и шкива 1, укрепленных на одной горизонтальной оси. Вдоль стержней могут перемещаться и закрепляться в нужном положении цилиндры одинаковой массы 2. При помощи грузов различной массы 3, закрепляемых на конце намотанной на шкив нити, маятник приводится во вращение.

Фиксация груза в начальный момент времени производится с помощью тормозного электромагнита, расположенного за шкивом 1. Для отсчета

величины h на вертикальной стойке прибора, снабженной миллиметровой шкалой, закреплены два фотоэлектрических датчика 4, 5.

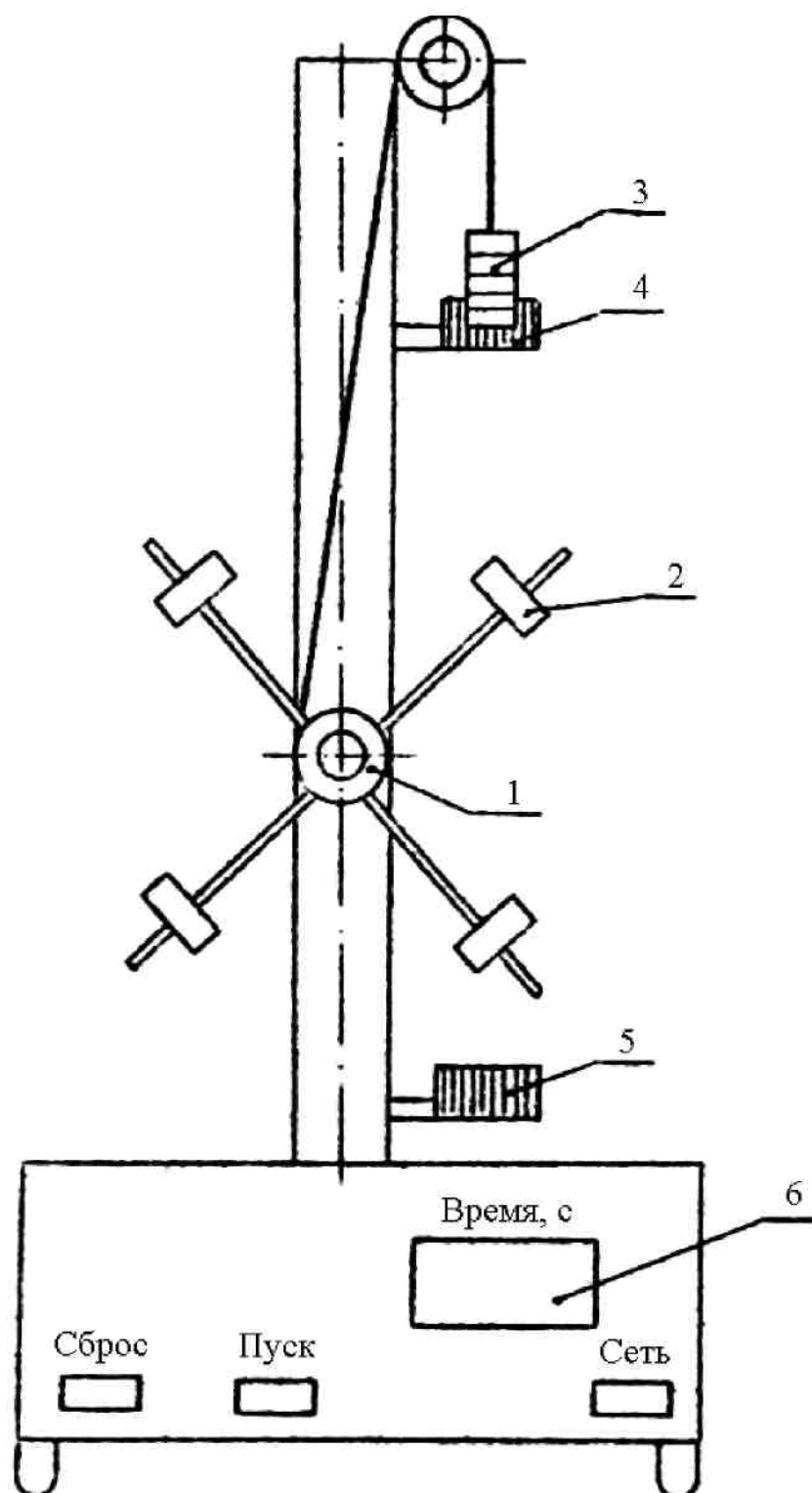


Рис. 4.2. Маятник Обербека

Верхний датчик можно перемещать вдоль колонны, изменяя высоту h .

Измерение времени движения груза производится секундомером 6.

При выполнении работы учесть следующие данные установки:

- диаметр шкива – 84 или 44 мм;
- масса постоянного груза – 53 г.
- масса подвижного груза указана на грузе.

4.4. Порядок выполнения работы

- Установка цилиндров 2 (рис. 4.2) на заданное от оси вращения расстояние, а также подвижного датчика 4 на заданную высоту производится лаборантом. Проверить подвеску груза, учитывая, что при движении груз должен проходить через середину рабочего окна фотоэлектрических датчиков. При необходимости корректировки положения груза обратиться к лаборанту. Измерить высоту h .
- Установить указанное преподавателем число n подвижных грузов.
- Переместить груз в верхнее положение и установить нижний край груза точно по черте на корпусе верхнего датчика 4.
- Включить сетевой шнур установки в питающую сеть, нажать клавишу «СЕТЬ». При этом на индикаторе должны высветиться нули.
- Устранить раскачивание груза. Нажав клавишу «ПУСК», привести маятник в движение. По секундомеру определить время движения груза. Нажав клавишу «СБРОС», провести обнуление показаний секундомера и освобождение оси маятника. Поднять груз в верхнее положение и отжать клавишу «ПУСК», фиксируя верхнее положение груза.
- Повторить измерение времени движения груза, описанное выше не менее 5 раз. Данные занести в таблицу. Для каждого значения времени по формуле (4.4) вычислить момент инерции маятника. При определении массы груза исходить из формулы

$$m = m_0 + nm_n,$$

где m_0 - масса постоянного груза;

m_n - масса подвижного груза.

- Вычислить среднее значение момента инерции маятника и погрешность измерения. Заполнить таблицу 4.1.
- Составить отчет по работе.

Таблица 4.1.

Результаты вычисления момента инерции маятника Обербека

Исходные данные: $l =$ м; $h =$ м, $n =$.

№ пп	t с	J_i кг·м ²	ΔJ_i кг·м ²	S_J кг·м ²	δ_J кг·м ²	ε_J %	$J_{cp} \pm \delta_J$ кг·м ²
1							
2							
3							
4							
5							
...							
Ср.							

4.5. Контрольные вопросы и упражнения

1. Что называется моментом инерции твердого тела?
2. Поясните физический смысл векторов, изображенных на рис. 4.1.
3. Как влияет на результат измерений момента инерции маятника Обербека трение в осях подвеса?
4. Поясните способ экспериментального определения момента инерции тела сложной геометрической формы.

5. Известно, что для того, чтобы отличить сырое яйцо от вареного, достаточно закрутить его на столе. Вареное яйцо крутится долго, а сырое раскрутить не удастся. Почему?
6. Во сколько раз изменится момент инерции цилиндрической детали диаметром D , если в ней проточить соосное сквозное отверстие диаметром d ?
7. Оцените теоретически момент инерции маятника Обербека. Сделайте необходимые измерения с помощью штангенциркуля или линейки. Считайте, что прибор выполнен из стали плотностью $\rho = 7,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

РАБОТА 5 М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

5.1. Цель работы

Изучение динамики сложного движения, сочетающего вращательное движение тела с его поступательным движением. Определение момента инерции твердого тела.

5.2. Расчетные зависимости

Маятник Максвелла представляет собой диск, насаженный туго на стержень (рис. 5.1). К концам стержня прикреплены две нити. Диск поднимают вверх, наматывая нити на стержень. При освобождении маятника он начинает движение: поступательное вниз и вращательное вокруг оси симметрии. Нити во

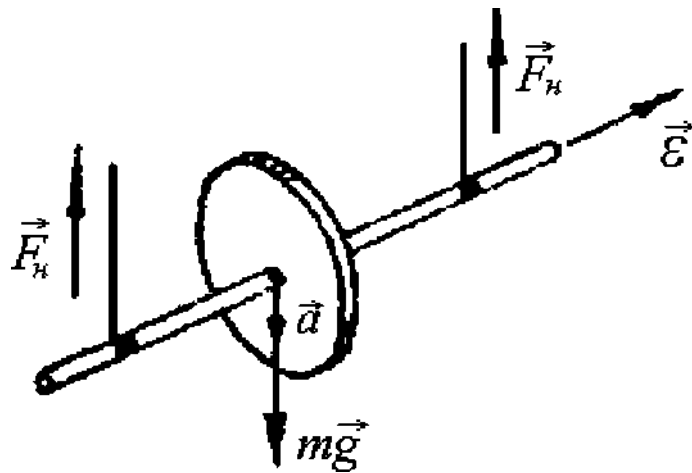


Рис. 5.1. Маятник Максвелла

время движения вниз разматываются до полной длины. Вращение диска, продолжаясь по инерции в низшей точке движения в том же направлении, приводит вновь к наматыванию на стержень, вследствие чего диск поднимается вверх, замедляя при этом свое вращение. Дойдя до верхней точки, диск опять будет опускаться вниз и т. д. Диск будет совершать колебания вверх и вниз - поэтому такое устройство и называется маятником.

Составим уравнения движения маятника без учета сил трения. Поступательное движение маятника подчиняется уравнению

$$ma = mg - 2F_n, \quad (5.1)$$

где m - масса маятника;

a - ускорение поступательного движения центра масс маятника;

g - ускорение силы тяжести;

F_n - сила натяжения нити. Вращательное движение подчиняется уравнению

$$J\varepsilon = 2F_nr, \quad (5.2)$$

где J - осевой момент инерции;

ε - угловое ускорение маятника;

r - радиус стержня маятника вместе с намотанной на него нитью.

При отсутствии проскальзывания нити

$$a = \varepsilon r \quad (5.3)$$

Решая совместно уравнения (5.1)-(5.3)

$$J = mr^2 \left(\frac{g}{a} - 1 \right)$$

(5.4)

Ускорение a можно связать с высотой h и временем падения t формулой

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

Отсюда

$$J = \frac{1}{4} md^2 \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (5.5)$$

где дополнительно обозначено $d=2r$

5.3. Описание установки

Перечень оборудования: маятника Максвелла, набор колец, угольник, штангенциркуль.

Экспериментальная установка изображена на рис. 5.2. Маятник Максвелла состоит из диска 1, насаженного на стержень 2. На диск накладываются кольца,

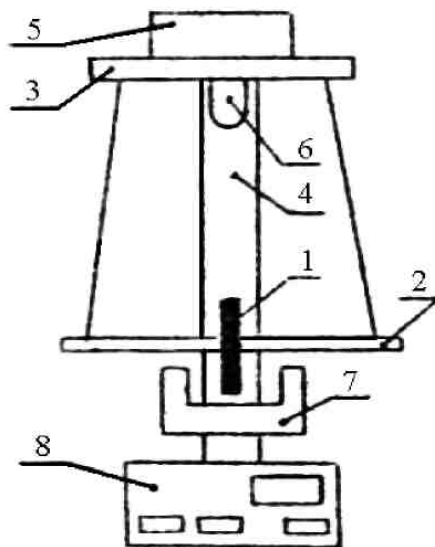


Рис. 5.2. Экспериментальная установка

изменяя момент инерции системы. При помощи двух нитей маятник подвешен к неподвижному верхнему кронштейну 3, который прикреплен к стойке 4. На верхнем кронштейне находится фотоэлектрический датчик 5 и электромагнит 6, удерживающий диск с кольцом в верхнем положении. Вторым фотоэлектрический датчик 7 размещен на подвижном нижнем кронштейне, позволяющем перемещать датчик вдоль стойки. Расстояние, проходимое маятником, определяется по миллиметровой шкале на стойке прибора. Для измерения времени, затраченного на спуск маятника, установка снабжена миллисекундомером 8.

5.4. Порядок выполнения работы

1. Измерить штангенциркулем диаметр стержня d_c (рис. 5.2) и диаметр нити d_n . Определить внешний диаметр стержня вместе с намотанной на него нитью

$$d = d_c + d_n \quad (5.6)$$

2. Измерить штангенциркулем внешний диаметр диска – d_d и внешний диаметр кольца – d_k . На диск маятника надеть кольцо, прижимая его до упора. Проверить подвеску маятника, обращая внимание на то, чтобы его ось была параллельно основанию прибора (диск должен находиться в середине щели нижнего фотоэлектрического датчика). При необходимости корректировки маятника обратиться к лаборанту.
3. Включить сетевой шнур установки в питающую сеть, нажать клавишу «СЕТЬ». При этом на индикаторе должны высветиться нули.
4. Определить расстояние, проходимое маятником при падении. Для этого на стержень маятника намотать нити подвески, обращая внимание на то, чтобы она наматывалась равномерно, один виток около другого. Фиксировать маятник при помощи электромагнита. С помощью угольника измерить положение нижнего края кольца по шкале на стойке. Повернуть маятник в направлении его движения на угол около 5° . Нажать клавишу «ПУСК», приводя маятник в движение. Измерить положение нижнего края кольца при

раскрученных нитях. По разности измерений по шкале определить расстояние, пройденное маятником при падении.

5. Для измерения времени падения маятника необходимо отжать клавишу «ПУСК», нажать клавишу «СБРОС», выполняя действия, описанные в п.4, привести маятник в исходное положение. При нажатии клавиши «ПУСК» включается миллисекундомер. Время падения маятника до полного раскручивания нитей фиксируется на табло. Записать измеренное значение в таблицу. Провести замер времени не менее 5 раз. Для каждого значения времени по формуле (5.5) вычислить момент инерции маятника. Причем масса маятника

$$m = m_c + m_d + m_k, \quad (5.7)$$

где m_c – масса стержня; m_d – масса диска; m_k – масса кольца. Значения масс отдельных элементов маятника нанесены на них. Вычислить среднее значение момента маятника, полученное экспериментальным путем – J_{cp} . Вычислить погрешность измерения. Заполнить таблицу 5.1.

6. Вычислите теоретическое значение момента инерции маятника по формуле

$$J = J_c + J_d + J_k, \quad (5.8)$$

где J_c – момент инерции стержня; J_d – момент инерции диска; J_k – момент инерции кольца. Значения отдельных моментов инерции определяются по формулам:

$$J_c = \frac{1}{8} m_c d_c^2 \quad (5.9)$$

$$J_d = \frac{1}{8} m_d (d_c^2 + d_d^2); \quad (5.10)$$

$$J_k = \frac{1}{8} m_k (d_d^2 + d_k^2) \quad (5.11)$$

7. По указанию преподавателя повторить п.п. 2÷6 с кольцом другой массы. Данные измерений занести в таблицу, аналогичную приведенной.

8. Составить отчет по работе.

Таблица 5.1

Результаты вычислений момента инерции маятника Максвелла

№ пп.	t с	J_i кг·м ²	ΔJ_i кг·м ²	S_J кг·м ²	δ_J кг·м ²	ε_J %	$J_{cp} \pm \delta_J$ кг·м ²
1							
2							
3							
4							
5							
...							
Ср.							

5.5. Контрольные вопросы и упражнения

1. Что называется моментом инерции твердого тела?
2. Выведите формулу (5.5), используя закон сохранения полной механической энергии.
3. Проведите аналогию между физическими величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение.
4. Выведите формулу расчета момента инерции относительно оси симметрии для: а) сплошного цилиндра, б) полого цилиндра.
5. Изменит ли при колебаниях маятника Максвелла свой знак: а) скорость центра масс, б) ускорение центра масс?
6. Наиболее часто нить маятника Максвелла рвется в момент полного разматывания. Почему это происходит?

РАБОТА 7 М

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИРОСКОПА

7.1. Цель работы

Изучение гироскопического эффекта. Определение момента импульса и осевого момента инерции лабораторного гироскопа.

7.2. Расчетные зависимости

В узком смысле слова под гироскопом понимается массивное осесимметричное твердое тело, способное быстро вращаться вокруг оси, которая может изменять свое направление в пространстве. В широком смысле слова под гироскопом понимается совокупность указанного тела, называемого ротором, вместе с устройством подвеса и вспомогательными элементами. Это достигается обычно использованием так называемого карданова подвеса (рис. 7.1). Все оси подвеса, включая ось собственного вращения гироскопа, пересекаются в одной неподвижной точке, называемой центром подвеса.

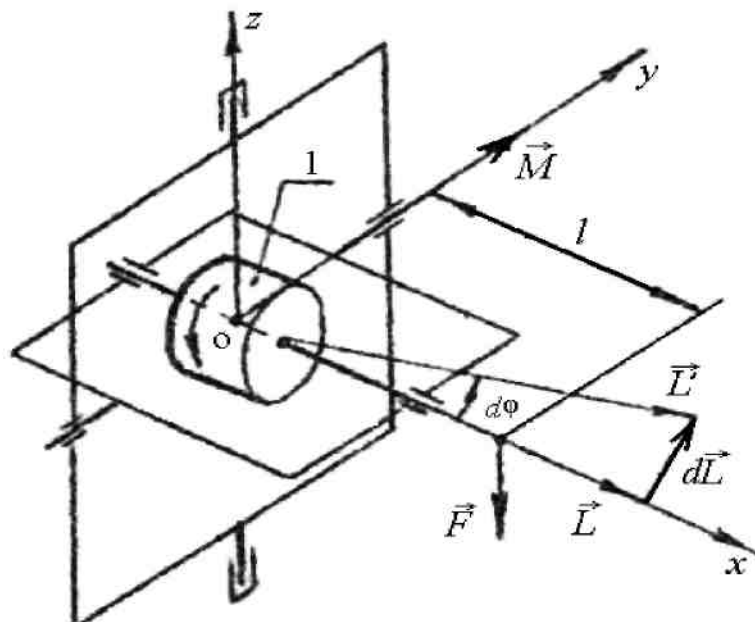


Рис. 7.1. Гироскоп в кардановом подвесе

Если центр тяжести гироскопа совпадает с центром подвеса, гироскоп называется *уравновешенным* или *свободным*. Основным свойством свободного гироскопа является его способность сохранять неизменным направление оси вращения ротора. Поэтому гироскопы широко применяются в системах навигации (указатели курса, горизонта и т.п.). Это свойство легко объясняется из основного закона динамики вращательного движения:

$$d\vec{L} / dt = \vec{M}, \quad (7.1)$$

где \vec{L} - момент импульса гироскопа; \vec{M} - результирующий момент внешних сил, приложенных к нему.

В случае свободного гироскопа $\vec{M} = 0$, поэтому момент импульса $\vec{L} = \text{const.}$

$$\vec{L} = J\vec{\omega}, \quad (7.2)$$

где J - момент инерции гироскопа относительно оси собственного вращения; $\vec{\omega}$ - угловая скорость собственного вращения; остается неизменной. Следовательно, неизменно и направление собственной оси вращения гироскопа относительно звезд.

Если на вращающийся вокруг оси x гироскоп действует момент \vec{M} возмущающей силы \vec{F} (возникающей, например, вследствие смещения центра тяжести гироскопа относительно центра подвеса), то согласно (7.1) за время dt момент импульса \vec{L} получит приращение $d\vec{L}$, направленное в ту же сторону, что и вектор \vec{M} , что означает поворот вектора момента импульса \vec{L} на угол $d\varphi$ (новое положение вектора \vec{L} обозначено через \vec{L}'). Отклонение оси вращающегося гироскопа в направлении, перпендикулярном к приложенной силе, называется *гироскопическим эффектом*. Если на гироскоп будет действовать постоянный по величине момент внешних сил, то вследствие описанного эффекта ось гироскопа будет медленно поворачиваться вокруг направления, перпендикулярного к плоскости, в которой находятся векторы \vec{M} и $\vec{\omega}$. Это явление называется *прецессией* гироскопа.

Как следует из рис. 7.1,

$$dL = Ld\varphi,$$

подставляя отсюда значение dL в уравнение (7.1), получим

$$L\Omega = M, \quad (7.3)$$

где $\Omega = d\varphi/dt$ - угловая скорость прецессии.

Так как

$$M = Fl,$$

где l - плечо силы F относительно центра подвеса, а при установившейся прецессии ($F=mg$, m – масса груза 9).

$$\Omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

то формулу (7.3) можно представить в виде

$$L = \frac{Fl\Delta t}{\Delta\varphi} \quad (7.4)$$

В данной работе последняя формула используется в качестве расчетной при определении L . Для определения осевого момента инерции может быть использована формула (7.2). В качестве параметров прямых измерений при этом используются F , l , Δt , $\Delta\varphi$.

7.3. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка (рис. 7.2) имеет основание 1, на котором закреплены колонка 2 и блок управления измерения. Кронштейн 3, установленный на колонке, несет на себе поворотный диск 4 с другим кронштейном 5, на котором закреплен электродвигатель 6 с маховиком 7. С корпусом электродвигателя жестко связан рычаг 8, направленный по его оси, с грузом 9. Маховик закрыт защитным кожухом 10. На кронштейне 3 установлены также ламильное устройство 11 и фотодатчик 12, на кронштейне 5 - фотодатчик 13.

На передней панели блока управления и измерения 14 установлены стрелочный индикатор частоты вращения ротора электродвигателя 15, цифровые индикаторы 16 и 17 секундомера и угла поворота диска 4, кнопки управления установкой.

Роль гироскопа выполняет в данном случае ротор электродвигателя с маховиком. Ось ротора электродвигателя, ось подвеса корпуса электродвигателя и ось подвеса диска 4 пересекаются в одной точке и при горизонтальном положении ротора перпендикулярны друг другу. Возмущающий момент создается грузом 9, который можно перемещать вдоль рычага 8. На рычаге 8 имеется линейка с миллиметровыми делениями, с помощью которой можно определять положение груза, и величину возмущающего момента.

Поворот диска фиксируется с помощью фотодатчика 12 и цифрового индикатора 17, время поворота на угол, регенерируемый индикатором 17 – с помощью цифрового индикатора 16.

Фотодатчик 13 входит в схему измерения частоты вращения ротора гироскопа.

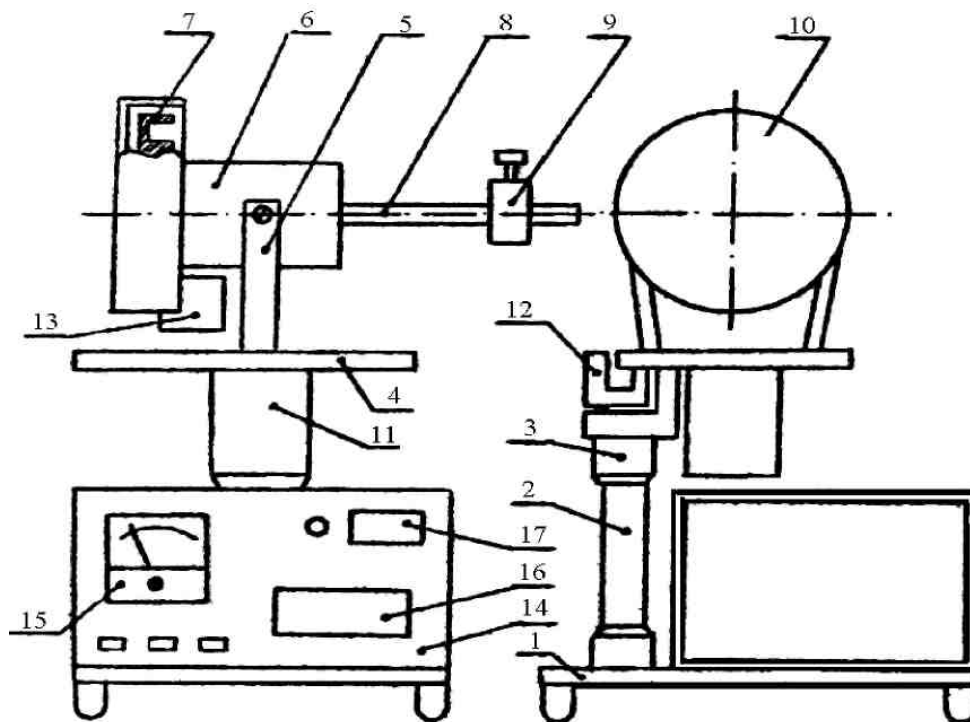


Рис. 7.2. Лабораторная установка

[illegible]

7.5. Контрольные вопросы

1. Что такое момент импульса твердого тела?
2. Чем определяется момент импульса гироскопа?
3. Что такое свободный или уравновешенный гироскоп? Сформулируйте его основное свойство.
4. При каком условии гироскоп начинает прецессировать? Чем определяется угловая скорость прецессии?
4. Нарисуйте схему подвеса лабораторного гироскопа.
5. Чем объясняются погрешности измерения величин L и J в данной лабораторной работе?

РАБОТА 8 М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ КРУЧЕНИЯ ПРОВОЛОКИ

8.1. Цель работы

Изучить устройство и принцип действия крутильного маятника, определить при помощи крутильного маятника модуль кручения проволоки.

8.2. Расчетные зависимости

Схема крутильного маятника изображена на рис. 8.1. Твердое тело подвешено с помощью двух натянутых стальных проволок и может совершать

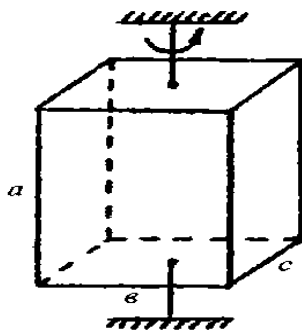


Рис. 8.1. Схема крутильного маятника

крутильные колебания вокруг вертикальной оси. При повороте тела на угол φ проволока закручивается, и возникает вращающий момент M , стремящийся вернуть тело в положение равновесия. При не слишком больших углах закручивания момент M пропорционален углу φ :

$$M = -k\varphi, \quad (8.1)$$

где k - постоянная для данной проволоки величина, называемая модулем кручения.

Известно, что для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, основной закон динамики вращательного движения имеет вид:

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M, \quad (8.2)$$

где $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varepsilon$ - угловое ускорение, J - момент инерции тела относительно оси вращения, а M - момент внешних сил относительно той же оси. Пренебрегая моментом сил трения, подставив (8.1) в (8.2), получим следующее уравнение относительно угла φ :

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + k\varphi = 0. \quad (8.3)$$

Это уравнение является линейным, однородным дифференциальным уравнением второго порядка. Оно аналогично уравнению движения математического маятника или пружинного маятника. Его решением являются гармонические колебания угла φ .

$$y(t) = \varphi_0 \cos(\omega_0 t + \alpha_0),$$

где φ_0 - амплитуда, ω_0 - циклическая частота, а α_0 - начальная фаза собственных незатухающих колебаний крутильного маятника.

Решая уравнение (8.3), получаем, что

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{J}} \quad (8.4)$$

А для периода собственных незатухающих колебаний T_0 из (8.4) получается выражение

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}}. \quad (8.5)$$

Отсюда

$$J = k \frac{T^2}{4\pi^2}. \quad (8.6)$$

Если модуль кручения k известен, то, измерив период колебаний T_0 , можно определить момент инерции твердого тела J .

Чтобы указанные измерения были возможны, необходимо знать модуль кручения k крутильного маятника. В данной лабораторной работе для этого измеряются периоды колебаний тел простой формы - прямоугольных параллелепипедов (брусков), момент инерции которых можно просто рассчитать по известным массам и геометрическим размерам.

Рассмотрим брусок массой m с длинами ребер a , b , и c , причем $a \geq b \geq c$. В лабораторной работе измеряются периоды колебаний брусков относительно трех осей, проходящих через середины противоположных граней, то есть параллельно ребрам a , b , и c . Эти оси являются так называемыми главными осями.

Момент инерции бруска относительно оси, проходящей через центры противоположных граней параллельно ребру a , (будем называть ее просто осью a), дается выражением

$$J_a = \frac{m}{12}(b^2 + c^2) \quad (8.7)$$

Аналогично

$$J_b = \frac{m}{12}(a^2 + c^2); \quad J_c = \frac{m}{12}(a^2 + b^2) \quad (8.8)$$

8.3. Описание установки

Приборы и принадлежности:

- крутильный маятник FPM – 05;
- три груза разной массы в форме прямоугольного параллелепипеда.

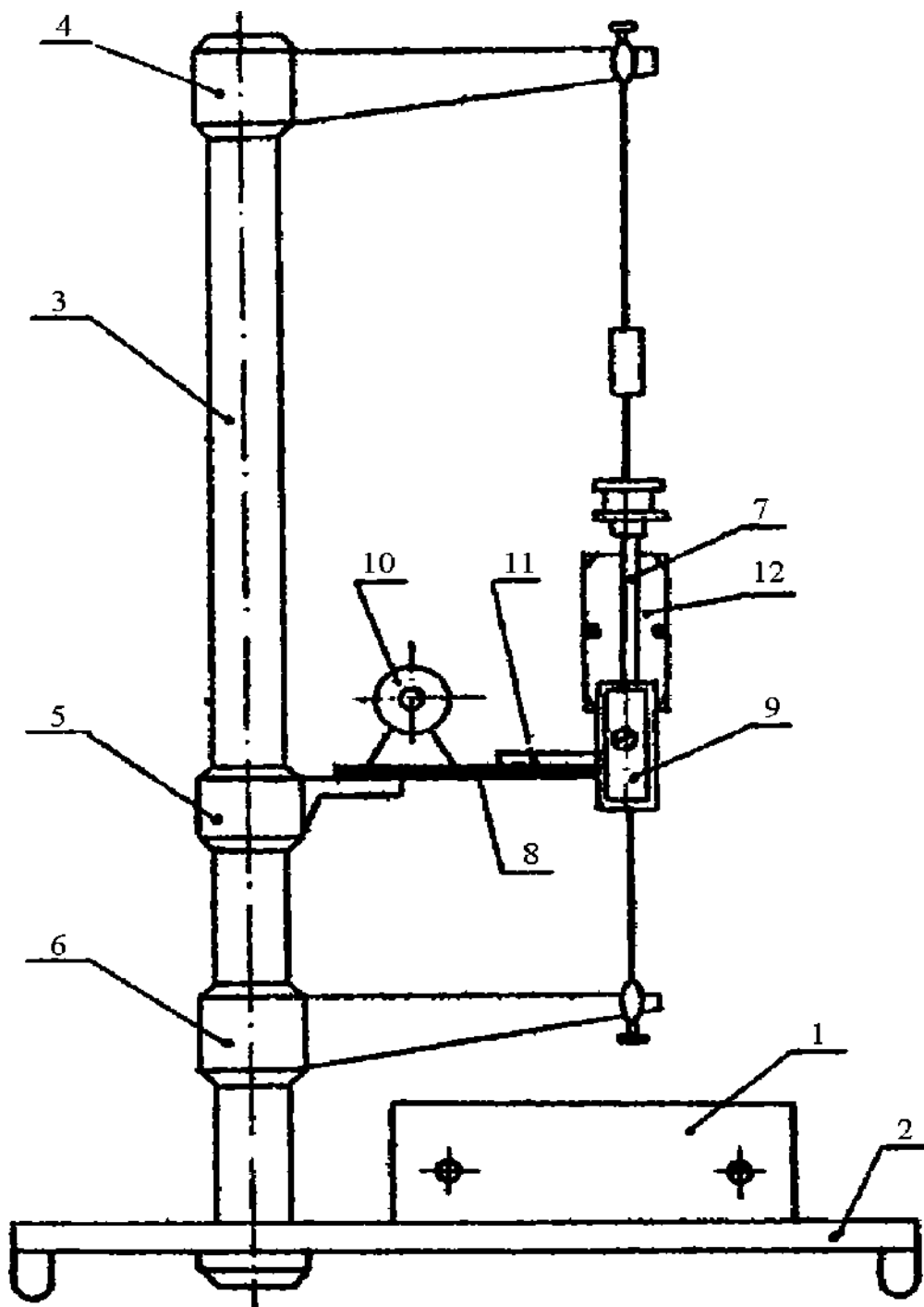


Рис. 8.2. Общий вид лабораторной установки

Конструкция лабораторной установки изображена на рис. 8.2. На основании 2, оснащенном четырьмя ножками с регулируемой высотой, находится миллисекундомер 1. В основании 2 установлена колонна 3, на которой при помощи прижимных винтов закреплены кронштейны 4,5 и 6. Кронштейны 4 и 6 имеют зажимы для натягивания стальной проволоки, на которой подвешена рамка 7. На кронштейне 5 установлена стальная плита 8, которая служит основанием фотоэлектрическому датчику, электромагниту 10 и шкале углов 11. Электромагнит 10 может изменять свое положение на плите. Его положение относительно фотоэлектрического датчика 9 указывает по шкале углов стрелка, прикрепленная к электромагниту.

Конструкция рамки позволяет закреплять грузы 12, значительно отличающиеся друг от друга по внешним размерам. Грузики крепятся при помощи подвижной балки, которая перемещается по направляющим между неподвижными балками. Подвижная балка устанавливается путем затягивания гаек на зажимных втулках.

Фотоэлектрический датчик и электромагнит соединены с миллисекундомером. Лицевая панель миллисекундомера показана на рис. 8.3. Назначение кнопок следующее:

«СЕТЬ» – выключение сети. Кнопка имеет фиксацию. Нажатие этой кнопки включает питающее напряжение, о чем свидетельствует свечение цифровых индикаторов и лампочки фотоэлектрического датчика.

«СБРОС» – сброс измерителя. Кнопка без фиксации. Нажатие этой кнопки вызывает сброс схем миллисекундомера (на индикаторах нули) и генерирует сигнал разрешения на проведение измерений.

«ПУСК» – управление электромагнитом. Кнопка имеет фиксацию. Нажатие этой кнопки отключает питание электромагнита.

«СТОП» – окончание измерений. Кнопка без фиксации. Нажатие этой кнопки генерирует сигнал разрешения на окончание процесса счета. После нажатия кнопки счет прекращается не сразу, а только после того, как маятник завершит очередное колебание.

Установка включается в сеть с напряжением 220 В. Включение питания осуществляется нажатием кнопки «СЕТЬ».

Исследуемое тело закрепляется в рамке. Для проведения измерений необходимо зафиксировать электромагнит в некотором положении, которое отмечается стрелкой на шкале углов. Рамка с грузом должна удерживаться электромагнитом в исходном положении, при этом кнопка «ПУСК» должна быть отжата (т.е. электромагнит включен).

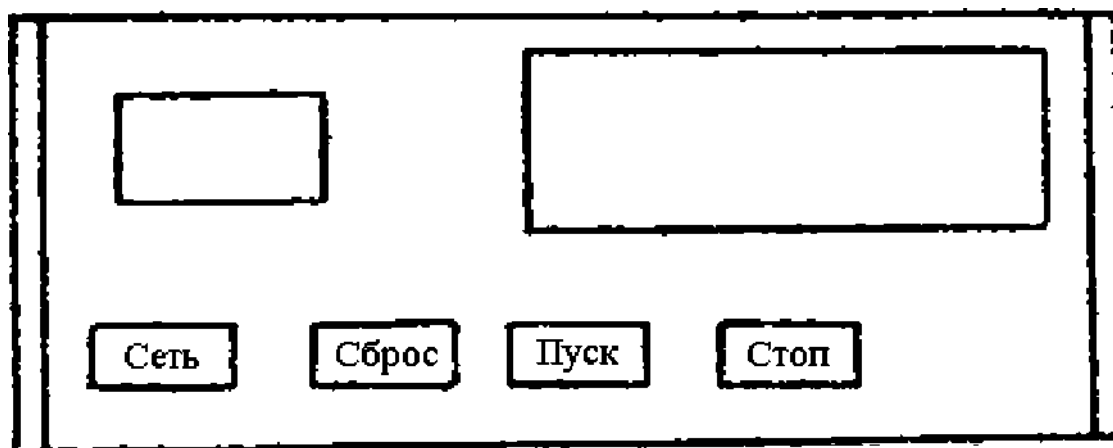


Рис. 8.3. Лицевая панель электронного миллисекундомера

Нажимается кнопка «СБРОС», а затем кнопка «ПУСК». Рамка начинает совершать крутильные колебания; число и полное время колебаний регистрируется миллисекундомером. Для прекращения измерений нужно нажать кнопку «СТОП». При этом отсчет времени прекратится не сразу, а только после завершения очередного полного колебания. Число и полное время колебаний считываются с индикаторов миллисекундомера.

Затем надо отжать кнопку «ПУСК» (включить электромагнит) и установить рамку с грузом в исходное положение. Установка готова к очередному измерению.

8.4. Порядок выполнения работы

8.4.1. Включите установку. Установите электромагнит так, чтобы начальный угол отклонения маятника не превышал $30 - 40^\circ$. Освойтесь с

работой установки, проведя несколько пробных измерений периода колебаний маятника без груза. Рамка не должна испытывать боковых отклонений от вертикальной оси вращения. В противном случае лаборант должен увеличить натяжение стальной проволоки.

8.4.2. Закрепите в рамке какой-либо из исследуемых брусков так, чтобы одна из главных осей бруска совпала с осью вращения. Проведите серию из 5...8 измерений времени t и числа колебаний n маятника. Число колебаний n маятника, в одном измерении должно быть не менее 10. Это значение должно оставаться постоянным во всех следующих опытах. Результаты измерений занесите в табл. 8.1.

Такие же измерения проведите для двух других главных осей выбранного бруска.

8.4.3. Для остальных двух брусков проведите такие же измерения, как и в предыдущем пункте.

8.4.4. Вычислите периоды колебаний маятника по формуле

$$T = \frac{t_{cp}}{n} \quad (8.9)$$

Результаты вычислений запишите в таблицу 8.1.

8.4.5. Для каждого из трех брусков вычислите моменты инерции относительно трех главных осей a , b и c . Вычисления ведутся по формулам (8.7) и (8.8) с использованием данных табл. 8.2. Результаты запишите в таблицу 8.1.

8.4.6. Постройте график экспериментальной зависимости момента инерции брусков J от величины $T^2/4\pi^2$. Эта зависимость должна быть линейной.

Действительно, момент инерции, стоящий в левой части (8.6), включает в себя как момент инерции бруска J , так и неизвестный момент инерции рамки J_0 . Так, что экспериментальная зависимость

$$J = f\left(\frac{T_{cp}^2}{4\pi^2}\right)$$

имеет вид:

$$J = k \frac{T_{cp}^2}{4\pi^2} - J_0. \quad (8.10)$$

Это уравнение прямой с угловым коэффициентом

$$\operatorname{tg} \alpha = k,$$

и экстраполяция ее до пересечения с осью моментов инерции J позволит получить значение момента инерции рамки J_0 .

Постройте график зависимости $J = f\left(\frac{T_{cp}^2}{4\pi^2}\right)$ и определите по нему модуль кручения проволоки k и момент инерции проволоки J_0 .

Таблица 8.1

Таблица экспериментальных данных

	Брусok с $m=0,980$ кг			Брусok с $m=1,884$ кг			Брусok с $m=1,962$ кг		
	Ось a	Ось b	Ось c	Ось a	Ось b	Ось c	Ось a	Ось b	Ось c
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
$t_{cp}, \text{ с}$									
$T, \text{ с}$									
$J, \text{ кг}\cdot\text{м}^2$									

Таблица 8.2.

Массы и размеры трех исследуемых брусков

Масса m , кг	0,980	1,884	1,962
Длина a , мм	50,0	100,0	100,0
Ширина b , мм	50,0	60,0	50,0
Высота c , мм	50,0	40,0	50,0

8.5. Контрольные вопросы

1. Покажите, что гармонические колебания, описываемые уравнением (8.3), совершаются с частотой ω_0 , которая дается выражением (8.4).
2. Почему начальный угол отклонения маятника не следует делать слишком большим?
3. Почему график экспериментальной момента инерции брусков от периода колебаний крутильного маятника не проходит через начало координат? Какую информацию несут точки пересечения этого графика с осями координат?

РАБОТА 9 М

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ МЕТОДОМ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

9.1. Цель работы

Определение коэффициента трения качения при движении шара по наклонной плоскости.

9.2. Расчетные зависимости

Всякое движущееся тело встречает сопротивление своему движению со стороны окружающей его среды и других тел, с которыми оно во время движения соприкасается. Иначе говоря, на любое движущееся тело действует сила трения. Природа сил трения может быть различной, но в результате их действия всегда происходит превращение механической энергии во внутреннюю энергию трущихся тел, т. е. энергию теплового движения частиц.

При движении двух соприкасающихся твердых тел относительно друг друга возникают касательные силы, которые препятствуют движению. Это явление называется кинематическим трением.

В зависимости от характера относительного движения соприкасающихся тел, кинематическое трение подразделяют на трение скольжения и трение качения или верчения. При качении, например, цилиндра или шара по плоскости точки контакта соприкасаются лишь на мгновение, и одно из тел вращается вокруг мгновенной оси, проходящей через точки контакта. При этом возникает деформация, которая является причиной возникновения трения качения. Очевидно, величина деформации зависит от силы нормального давления, следовательно, сила трения качения пропорциональна силе нормального давления $F_{\text{кач}} \sim N$ или $F_{\text{кач}} = \mu_k N$, где μ_k - коэффициент пропорциональности, называется коэффициентом трения качения, который в свою очередь, зависит от плотности и гладкости тел. При более строгом подходе сила трения качения подчиняется закону Кулона:

$$F_{\text{тр}} = \mu \frac{N}{r},$$

r – радиус катящегося тела (цилиндра или шара). Как видно, $\mu_k = \frac{\mu}{r}$.

Шар, закрепленный на тонкой длинной нити, может кататься по наклонной плоскости, при этом нить закручивается. Если шар отвести от положения равновесия (ось $00'$) на угол α и затем отпустить, то он будет колебаться, катаясь около положения равновесия (рис. 9.1.а). Из-за трения колебания будут постепенно затухать. По величине затухания колебаний можно определить силу трения.

Качественно оценить величину затухания можно с помощью несложного опыта. Если наклонную плоскость установить под углом $\beta = 45^\circ$ к горизонту, а шар отклонить от положения равновесия на угол $\alpha = 6^\circ$, то примерно через десять колебаний амплитуда уменьшится на 2° , а за одно колебание на $0,2^\circ$.

Если же вместо шарика взять кубик из того же материала и той же массы, что и шар, то амплитуда колебаний кубика уменьшится на 2° уже за одно колебание. Шар катится по плоскости, а кубик скользит. Коэффициент трения

качения гораздо меньше коэффициента трения скольжения. Типичное значение коэффициента трения скольжения $\mu \sim 10^{-1}$, а трения качения $\mu_k \sim 10^{-3}$.

Трудно надеяться, что такое малый коэффициент трения качения можно достаточно точно определить с помощью нашего опыта, но по порядку величины, оказывается, можно определить.

Выведем формулу, которая связывает уменьшение амплитуды колебания с μ_k .

При качении шара по плоскости сила трения совершает работу. Эта работа уменьшает полную энергию шара, которая складывается из кинетической и потенциальной энергий.

В тех положениях, где маятник максимально отклонен от положения равновесия, его скорость равна нулю; следовательно, кинетическая энергия также равна нулю. Это точки поворота. В момент поворота энергия маятника равна потенциальной энергии, поэтому уменьшение потенциальной энергии при его движении от одной точки поворота до другой равно работе силы трения на пути между точками поворота.

Пусть A - точка поворота (рис. 9.1.а). В этом положении нить маятника составляет угол α с осью $00'$. Если бы трения не было, то через половину периода маятник оказался бы в точке N , а угол отклонения был бы равен α . Но из-за трения шар немного не докатится до точки N и остановится в точке B , которая будет новой точкой поворота. В этой точке угол нити с осью $00'$ будет $\alpha - \Delta\alpha$. За половину периода угол поворота маятника уменьшится на $\Delta\alpha$. Точка B расположена несколько ниже, чем точка A , и поэтому потенциальная энергия маятника в точке B меньше, чем в точке A . Следовательно, маятник потерял высоту при перемещении из A в B .

Найдем связь между потерей угла $\Delta\alpha$ и потерей высоты Δh .

Для этого спроецируем точки A и B на ось $00'$ (рис. 9.1.б). Это будут точки A' и B' соответственно. Очевидно, что длина отрезка

$$\Delta l = |A'B'| = l \cos(\alpha - \Delta\alpha) - l \cos \alpha$$

где l - длина нити, равная радиусу дуги AB окружности. При этом угол дуги равен $2\alpha - \Delta\alpha$, длина дуги $\Delta S = l(2\alpha - \Delta\alpha)$. Так как ось OO' наклонена под углом β к горизонту, то проекция отрезка Δl на вертикальную ось и есть потеря высоты Δh :

$$\Delta h = \Delta l \sin \beta [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos \alpha] \quad (9.1)$$

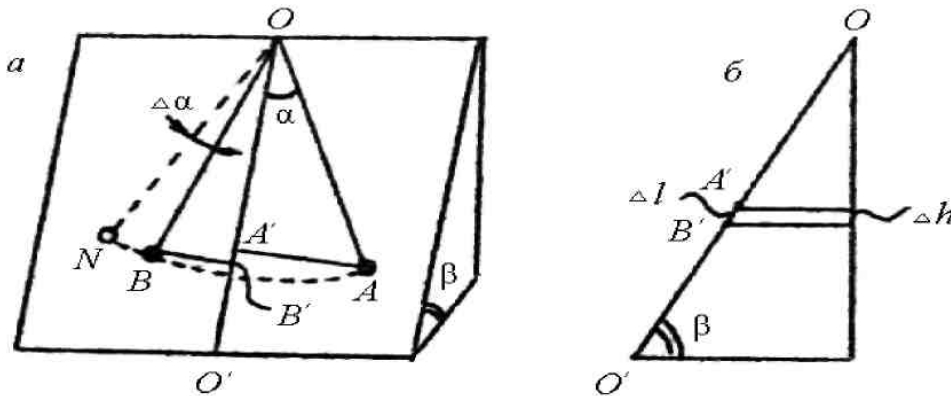


Рис. 9.1. К выводу расчетной формулы

При этом изменение потенциальной энергии маятника между точками A и B

$$\Delta W = mg\Delta h, \quad (9.2)$$

где m - масса шара; g - ускорение свободного падения.

Вычислим работу силы трения. Так как сила трения

$$F_{тр} = \mu_k N, \quad (9.3)$$

где μ_k - коэффициент трения качения; $N = mg \cos \beta$ - сила нормального давления шара на плоскость, то величина работы силы трения на пути ΔS между точками A и B равна

$$A_{тр} = F_{тр} \Delta S = \mu_k mg \cos \beta \Delta S. \quad (9.4)$$

Так как $\Delta W = A_{тр}$, то из уравнений (9.1), (9.2), (9.4) получаем

$$\mu_k \operatorname{ctg} \beta = \frac{\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos \alpha}{2\alpha - \Delta\alpha} \quad (9.5)$$

Выражение (9.5) можно существенно упростить, если учесть, что угол $\Delta\alpha$ очень мал (порядка 10^{-2} рад.). Так как $\Delta\alpha \ll 1$, то $\cos\Delta\alpha \approx 1$ и $\sin\Delta\alpha \approx \Delta\alpha$;

$\cos(\alpha - \Delta\alpha) = \cos\alpha \cos\Delta\alpha + \sin\alpha \sin\Delta\alpha \approx \cos\alpha + \Delta\alpha \sin\alpha$. Поэтому формулу (9.5) можно записать так:

$$\mu_k \operatorname{ctg}\beta = \frac{\Delta\alpha \sin\alpha}{2\alpha - \Delta\alpha}$$

Откуда

$$\Delta\alpha = 2\mu_k \operatorname{ctg}\beta \frac{\alpha}{\sin\alpha + \mu_k \operatorname{ctg}\beta} \quad (9.6)$$

Учитывая, что угол $\Delta\alpha$ мал, $\mu_k \approx 10^{-2}$ и поэтому слагаемым $\mu_k \operatorname{ctg}\beta$ можно пренебречь, выражение (9.6) запишется

$$\Delta\alpha = 2\mu_k \operatorname{ctg}\beta,$$

где $\Delta\alpha$ - потеря угла за половину колебания.

Понятно, что за одно полное колебание потеря угла будет

$$\Delta\alpha = 4\mu_k \operatorname{ctg}\beta,$$

за n колебаний потеря угла составит

$$\Delta\alpha_n = 4n\mu_k \operatorname{ctg}\beta$$

откуда

$$\mu_k = \frac{\Delta\alpha_n}{4n} \operatorname{tg}\beta \quad (9.7)$$

Описание лабораторной установки

Общий вид прибора «Наклонный маятник» представлен на рис. 9.2. К основанию (2), оснащённому четырьмя ножками с регулируемой высотой, прикреплен миллисекундомер (1).

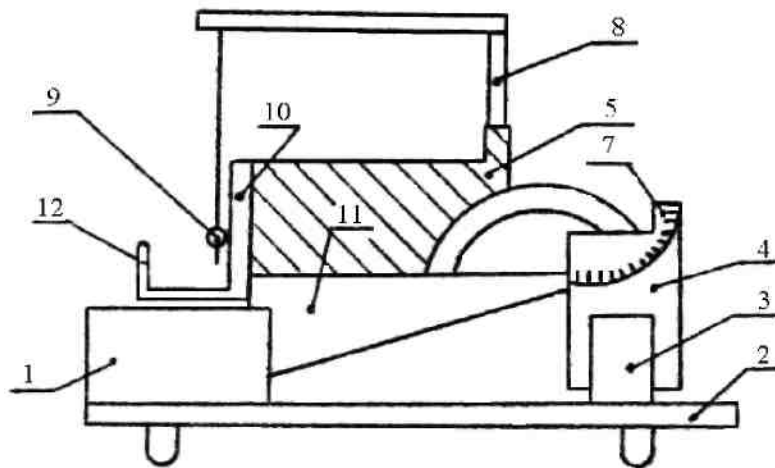


Рис. 9.2. Наклонный маятник

В основании закреплена труба (3) , на которой смонтирован корпус (4) с червячной передачей. Посредством оси червячная передача соединена с кронштейном (5), на котором закреплена шкала (7). В кронштейне закреплена колонка (8), на которой подвешен на нити шар с водилкой (9). В кронштейн (5) по направляющим вставляются образцы (10). Для наклона маятника используется вороток (11). К кронштейну (5) так же привинчен фотоэлектрический датчик (12), который соединен с миллисекундомером через разъем.

Порядок выполнения работы

- Нажать переключатель «СЕТЬ», проверяя, все ли индикаторы измерителя высвечивают цифру нуль, а также, засветилась ли лампочка фотоэлектрического датчика.
- С помощью регулируемых витков установите наклонную плоскость вертикально. При этом нить маятника занимает вертикальное положение и устанавливается напротив отметки 0 на шкале углов.
- Вращая воротком на верхнем кронштейне, определить длину маятника. Обращать внимание на то, чтобы водилка пересекла световой поток фотоэлектрического датчика.

- Наклонную шкалу прибора наклонить на угол $\beta = 30^\circ$.
- Отвести маятник на угол $\alpha = 6 \div 10^\circ$ и подсчитать число колебаний, когда шар опустится на угол $\Delta\alpha_n = 2^\circ$. Затем, стартуя с того же угла, подсчитать число колебаний, при которых шар опустится на 3 и 4° .
- Установить наклонную плоскость под углами $\beta = 45^\circ$ и $\beta = 60^\circ$ и проделать все измерения для этих углов.

Результаты опытов занести в таблицу 9.1. Рассчитать коэффициент трения μ_k (среднее) для различных углов наклона плоскости β .

Для одного из углов наклона β рассчитать погрешности измерения с использованием коэффициентов Стьюдента (таблица 9.2).

Таблица 9.1

Результаты измерений и расчетов коэффициента качения μ_k

β	α	$\Delta\alpha_1$	n_1	$\Delta\alpha_2$	n_{k2}	μ_2	$\Delta\alpha_3$	n_3	μ_{k1}	μ_{k2}	μ_{kcp}
30°											
45°											
60°											

Таблица 9.2

К расчету ошибок измерения коэффициента качения μ_k

№№ пп	$\Delta\alpha^1$	n	μ_k	$\Delta\mu_k$	δ_μ	$\varepsilon_\delta\%$	$\mu_k \pm \delta_\mu$
1							
2							
3							
Ср.							

Контрольные вопросы

1. Назовите виды кинематического трения.
2. Какова природа сил трения?
3. Выведите расчетную формулу (9.7) для коэффициента трения качения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев, И. В. Курс общей физики: Механика. Молекулярная физика. Т. 1 / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1987.
2. Детлаф, А. А. Курс физики. Т. 1. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высшая школа, 1973.
3. Зисман, Г. А. Курс общей физики. Механика. Молекулярная физика. Колебания и волны. Т. 1. / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – М. : Наука, 1972.
4. Зайдель, А. Н. Ошибки измерений физических величин / А. Н. Зайдель. – Л. : Наука, 1974.
5. Соловьев, В. А. Элементарные методы обработки результатов измерения / В. А. Соловьев, В. Е. Яхонтова. – Л. : Изд-во ЛГУ, 1974.
6. Трофимова, Т. Н. Курс физики / Т. Н. Трофимова. – М. : Высшая школа, 2001.

Учебное издание

МЕХАНИКА

Методические указания к лабораторным работам по физике

Составитель ГИЛЬМАНОВ Юрий Рамазанович

Редактор Н. А. Евдокимова

Пописано в печать 19.08.2009. Формат 60×84/16.

Бумага офсетная, печать трафаретная. Усл. печ. л. 4,65.

Тираж 300 экз. Заказ 890.

Ульяновский государственный технический университет.

432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.

Типография УлГТУ, 432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32.